

Wylie,1969, Kreyszig,1979, Hildebrand,1952) resultando en

$$A = \frac{- \int_{z = -h}^{z = 0} \xi_0(z) \omega \cosh k_p(z+h) dz}{k_p \int_{z = -h}^{z = 0} \cosh^2 k_p(h+z) dz} \quad (\text{IV-55})$$

$$C_n = \frac{\int_{z = -h}^{z = 0} \xi_0(z) \omega \cos [k_s(n)(z+h)] dz}{k_s(n) \int_{z = -h}^{z = 0} \cos^2 [k_s(n)(z+h)] dz} \quad (\text{IV-56})$$

ya con una expresión específica para  $\xi_0(z)$  dependiendo del tipo de generador se pueden obtener A y  $C_n$ .

Para un generador tipo pistón, como el mostrado en la fig.IV.10, se tiene

$$\xi_0(z) = \xi_0 = \text{constante} \quad (\text{IV-57})$$

y debido a esta uniformidad del movimiento horizontal con z, este tipo de generador es preferible para generar *olas en aguas someras* (ver secc.III.6.2).

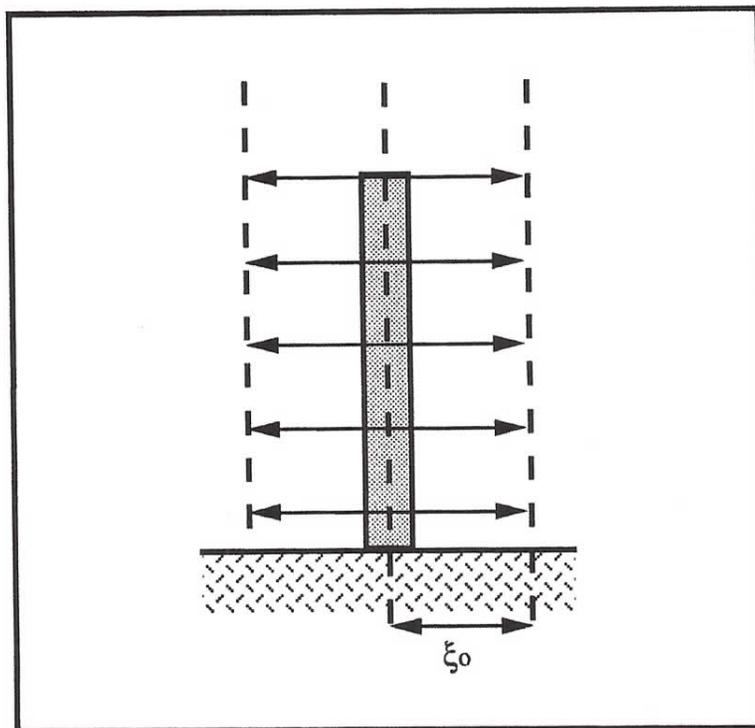


Fig.IV.10. Paleta de generador tipo pistón

Para generar una ola  $\eta = a \cos(kx - \omega t)$  lejos del generador ( $x \geq 3h$ ) se requiere un movimiento

$$\xi(t) = \xi_0 \sin \omega t \quad (\text{IV-58})$$

con

$$\xi_0 = \frac{a}{2} \frac{1}{\tanh kh} \left( 1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \quad (\text{IV-59})$$

donde se deja al lector el ejercicio de la obtención explícita de la ec.IV-59 partiendo de las ecs.IV-53, IV-55, IV-57 y la condición de frontera dinámica en la superficie libre.

Para un generador tipo batiente, como el mostrado en la fig.IV.11, se tiene que

$$\xi_0(z) = \xi_{0 \max} \left( 1 + \frac{z}{h} \right) \quad (\text{IV-60})$$

tipo que se prefiere para generación en *aguas profundas* (ver secc.III.6.1)

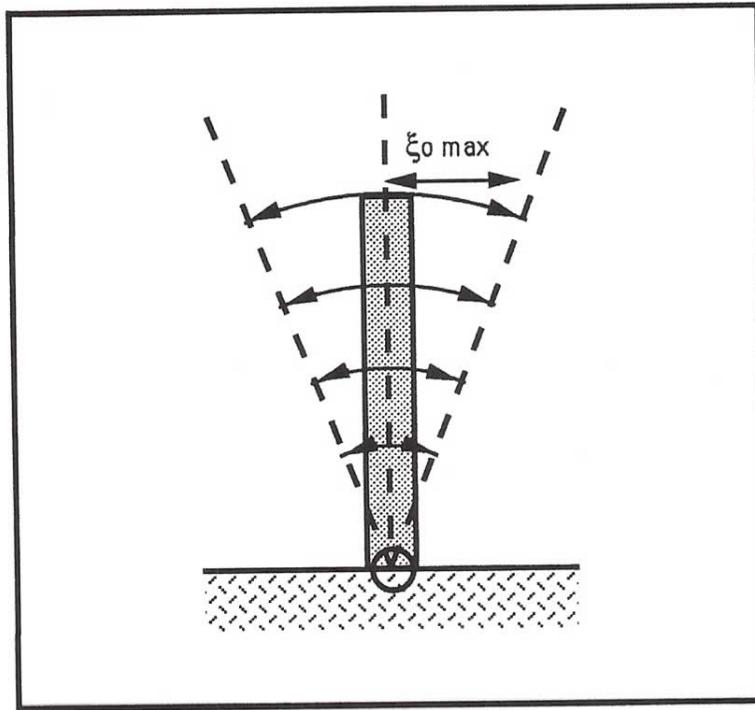


Fig.IV.11. Paleta de generador tipo batiente

Para generar una ola  $\eta = a \cos(kx - \omega t)$  lejos del generador ( $x \geq 3h$ ) se requiere un movimiento

$$\xi(t) = \xi_{o \max} \left( 1 + \frac{z}{h} \right) \sin \omega t \quad (\text{IV-61})$$

con

$$\xi_{o \max} = \frac{a}{4} \frac{kh}{\sinh kh} \frac{\sinh 2kh + 2kh}{kh \sinh kh - \cosh kh + 1} \quad (\text{IV-62})$$

Los modos evanescentes cerca del generador aparecen porque el movimiento del generador no es exactamente igual al que las partículas tendrán en una onda progresiva en esta posición. Esto nos hace pensar que si hacemos un generador con

$$\xi(z,t) = \dot{x}_p(z,t) \quad (\text{en } x_o = 0) \quad (\text{IV-63})$$

no se tendrían estas irregularidades cerca del generador, o sea como

$$x_p - x_o = \frac{a \cosh k(z_o + h)}{\sinh kh} \text{sen}(kx_o - \omega t) \quad (\text{IV-64})$$

evaluando en  $x_o = 0$

$$\xi(z,t) = \dot{x}_p = \frac{a \cosh k(z+h)}{\sinh kh} \text{sen } \omega t \quad (\text{IV-65})$$

o sea

$$\xi_o(z) = a \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \quad (\text{IV-66})$$

sería un generador de olas (lineales) *perfecto*. Obviamente existe una gran dificultad mecánica en construir y operar un generador de este tipo puesto que la paleta tendría que moverse como lo indica la fig.IV.12.

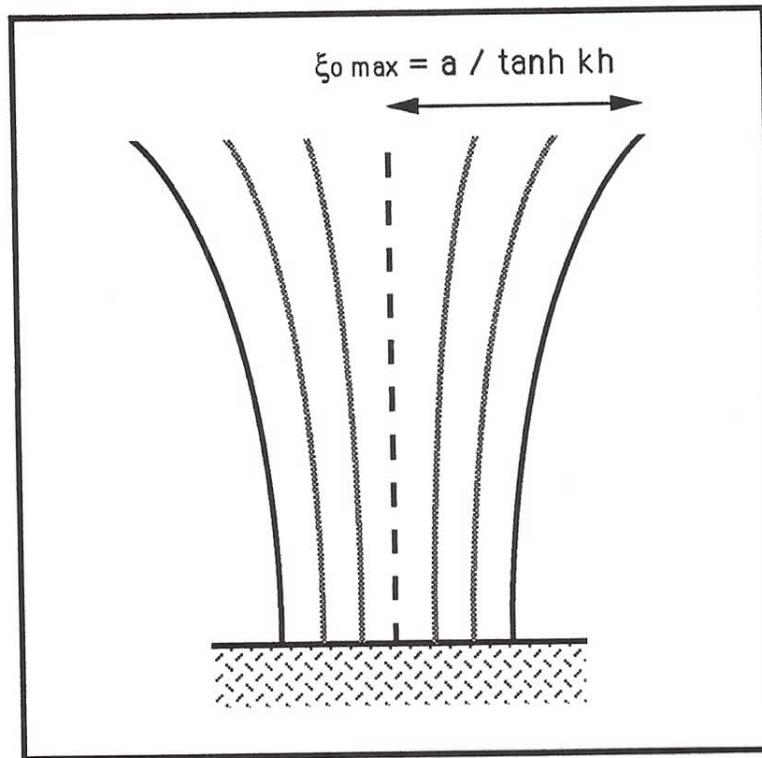


Fig.IV.12. Paleta de un generador (lineal) ideal

Una lección práctica del desarrollo anterior es que, de no tenerse uno de estos generadores *perfectos*, no se deben realizar mediciones en la zona cercana al generador ( $x \leq 3h$ ) puesto que estas se encuentran *contaminadas* por los modos *evanescentes*.

#### IV.5 GENERACION DE OLAJE POLICROMATICO.

Aprovechando la propiedad de superposición de la teoría lineal, la generación de oleaje policromático se logra superponiendo el movimiento del generador necesario para generar cada una de las componentes frecuenciales del oleaje policromático, o sea para obtener un oleaje definido por

$$\eta = \sum_{i=1}^N \eta_i \cos(k_i x - \omega_i t - \delta_i) \quad (\text{IV-67})$$

el movimiento del generador debe ser

$$\xi(z,t) = \sum_{i=1}^N \xi_i(z,t) \quad (\text{IV-68})$$

donde

$$\xi_i(z,t) = \xi_{o_i}(z) \text{sen}(\omega_i t + \delta_i) \quad (\text{IV-69})$$

Nótese que, en contraste con el oleaje monocromático donde teníamos la libertad de ajustar los orígenes de  $x$  y  $t$  para tener  $\delta = 0$ , en oleaje policromático, esto solo lo podemos hacer en el caso general para una de las componentes, o sea, la fase relativa entre las componentes ahora es importante. Un juego distinto de  $\delta_i$ 's  $i=1, \dots, N$  dará un diferente movimiento de la superficie libre (en el dominio espacio-tiempo) que otro juego de  $\delta_i$ 's (aunque su espectro de amplitud resulte igual en el dominio número de onda-frecuencia).

Es importante hacer notar que la restricción  $\frac{H}{L} \ll 1$  y  $\frac{H}{h} \ll 1$  para la teoría lineal se aplica a la superposición, interpretándose en este caso con  $\frac{\eta}{L} \ll 1$  y  $\frac{\eta}{h} \ll 1$  en todo instante. ¡La superposición de muchas ondas lineales, no garantizan que el movimiento compuesto sea bien descrito por la teoría lineal!; para que la teoría lineal sea adecuada se requiere que el desplazamiento máximo de la superficie libre compuesto cumpla con las restricciones establecidas.

#### IV.5.1 Generación de oleaje espectral.

El espectro de amplitudes (o amplitudes al cuadrado) representa el ensamble de todas las realizaciones posibles del proceso estocástico de las condiciones de oleaje que representa. Es una caracterización de la distribución de amplitudes (o energía) en el dominio de las

frecuencias. Es importante puntualizar que de cada espectro de oleaje se pueden obtener un número infinito de registros de oleaje diferentes, aún cuando estos tengan longitud infinita. Esto es posible ya que aún cuando las amplitudes se encuentran totalmente definidas, las fases son completamente libres.

Para simular un espectro de oleaje en laboratorio se siguen los siguientes pasos:

- a) Conocido el espectro, se divide en un número finito de bandas.
- b) Para cada banda se escoge una ola monocromática representativa, usualmente de frecuencia igual a la central de la banda y energía ( $\alpha a^2$ ) igual a la de la banda. //
- c) Se calcula el movimiento del generador de olas requerido para producir cada una de estas olas monocromáticas.
- d) Se superimponen todos estos  $\xi_1(z,t)$  para obtener el movimiento del generador.

Revisemos dos formas de discretizar el espectro en bandas:

Método 1.- Componentes igualmente espaciadas en la frecuencia (ver fig.IV.13. Con este método el eje de las frecuencias se divide en intervalos iguales que son los límites de cada banda.

Generación de oleaje espectral  
(metodo de componentes igualmente espaciadas)

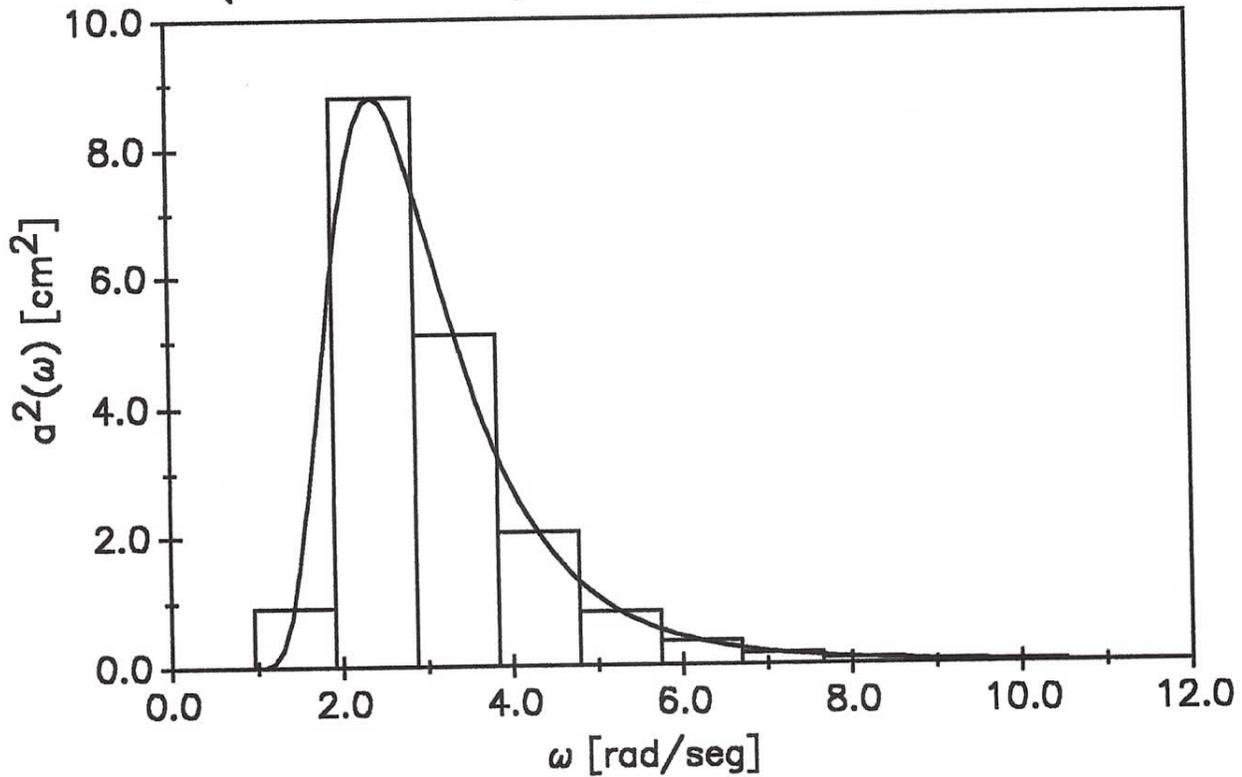


Fig.IV.13. Discretización en bandas igualmente espaciadas del espectro de oleaje (fuente: Rosengaus, 1987)

Método 2.- Componentes de igual energía (ver fig.IV-14). Con este método el área bajo la curva del espectro de  $a^2$  se divide en franjas de igual área (o sea cada componente tiene igual energía) obteniéndose un espaciamiento de componentes no uniforme a lo largo de frecuencia.

**Generación de oleaje espectral  
(metodo de componentes de igual energia)**

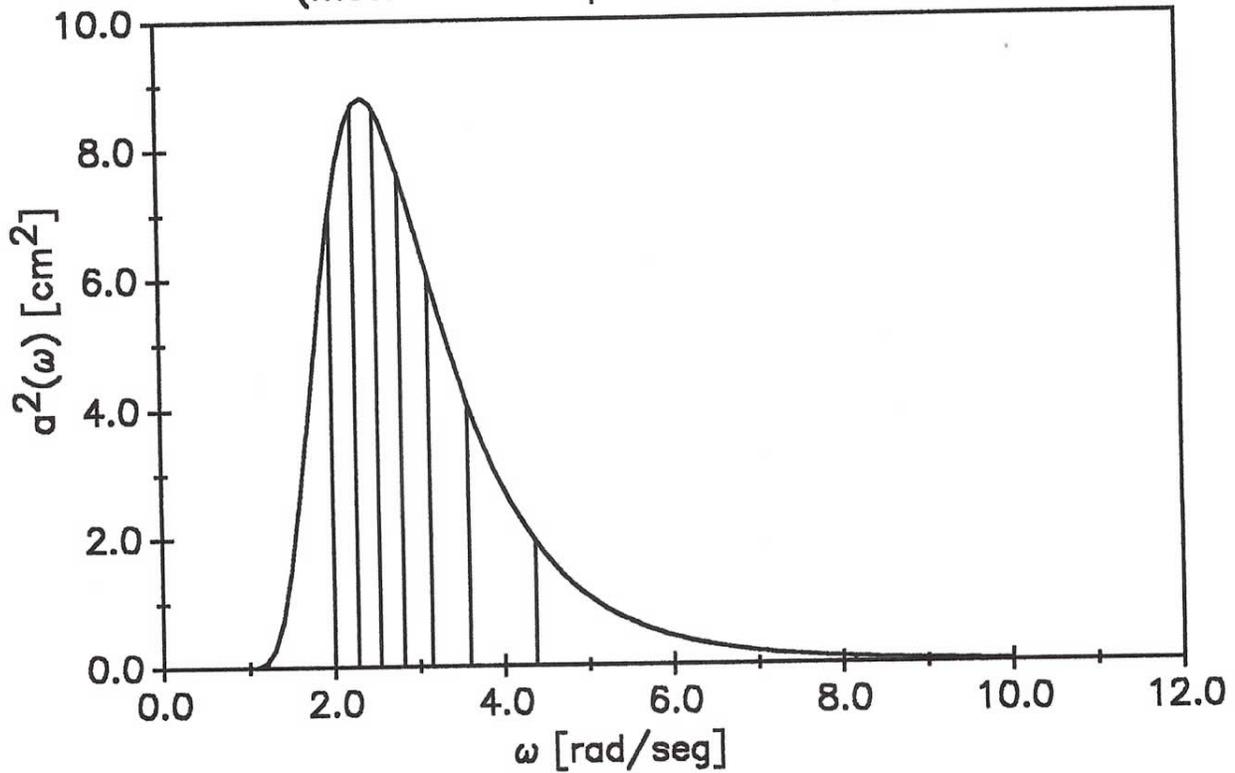


Fig.IV.14. Discretización en bandas de igual energía del espectro de oleaje (fuente: Rosengaus, 1987)

Las ventajas de cada método son:

Método 1.- Cuando se genera oleaje no lineal, los segundos armónicos caen precisamente entre los primeros armónicos (términos lineales) siendo fácilmente identificables y separados de las componentes principales. Además al concentrarse menos componentes cerca del pico (usualmente de frecuencia baja) y siendo la relación  $\xi \leftrightarrow a$  una relación amplificadora de las frecuencias bajas, este método requiere de un desplazamiento máximo menor que el método 2 para simular el mismo espectro o, alternativamente, para un desplazamiento máximo conocido se puede simular un espectro mas energético.

Método 2.- Este método produce un movimiento no periódico que simula de mejor manera la realidad de la naturaleza. Además produce un

movimiento no dominado por solo una o dos componentes cerca del pico. Este hecho presenta la ventaja adicional de que todas las componentes pueden ser medidas con igual precisión puesto que son de igual amplitud.

Las desventajas de cada método son:

Método 1.- Este método con un  $\Delta\omega$  uniforme entre componentes produce un movimiento periódico que, aunque pueda incrementarse su período a valores muy altos (ajustando  $\Delta\omega$  y  $\omega_1$ ), es no obstante una característica no deseable de un registro de oleaje *aleatorio*. Además produce un movimiento fuertemente dominado por solo algunas componentes frecuenciales, siendo esto crítico cuando al interés es en el movimiento cerca del fondo pues las altas frecuencias se ven *filtradas* con la profundidad, o sea, el movimiento en el fondo es muy similar al de una onda monocromática de frecuencia igual a la del pico. Las componentes de las colas al ser muy pequeñas son difíciles de medir y resultan en inexactitud.

Método 2.- Los 2<sup>o</sup>s armónicos pueden ser indistinguibles de las componentes principales por lo que no se pueden (en general) separar de estas. Debido a la relación  $\xi \leftrightarrow a$  se requiere para espectros comunes un mayor desplazamiento máximo del generador de olas para simular un mismo espectro que con el método 1.

Con cualquiera de los dos métodos una realización del ensamble de las infinitas que son posibles se logra con un juego de fases "aleatorias" para el juego de componentes escogidas.

#### IV.7. LIMITACIONES Y TEMAS MAS AVANZADOS

Para evitar los problemas asociados con la presencia de la reflexión en canales de oleaje cerrados, ver secc.IV.2, es común el realizar las mediciones en laboratorio con un método que podría denominarse como de

*pulso*. Este consiste en iniciar la generación de oleaje y realizar las mediciones antes de que la primera ola reflejada alcance el punto de medición, suspendiendo la generación en este momento para esperar a que el canal se *tranquilice* para volver a comenzar con una nueva medición. En otras palabras, el oleaje se genera en *pulsos* o *grupos* suficientemente cortos para que durante la medición no exista ninguna onda reflejada en el punto de medición. Sin embargo, utilizando este método se presentan otros problemas como el hecho de que las primeras ondas en un grupo no son del mismo tamaño que aquellas en condiciones ya establecidas. Dicha no uniformidad de las ondas en un grupo está fuera del contexto de un estudio fundamental como este. Para tópicos más avanzados como este y otros, se refiere al lector a Madsen(1970), Madsen(1971), Ursell et al (1960), Hansen y Svendsen (1974), Massel (1981), Flick y Guza (1980), Madsen, Mei y Savage (1970), Madsen y White (1975), Mei y Unluata (1972), Goda y Abe (1968) y Bendikowska y Massel (1984).

En el contexto de este estudio elemental sobre generación y medición de oleaje en laboratorio, mencionaremos tan solo que las expresiones y métodos descritos son aplicables solo a condiciones establecidas, o sea una vez que suficiente tiempo ha pasado desde la iniciación de la generación del oleaje, como para permitir que todas las ondas (de amplitud no despreciable) reflejadas sucesivamente en los extremos del canal estén presentes. Para oleaje monocromático este puede significar tan solo segundos o unos pocos minutos (dependiendo del canal) pero para condiciones policromáticas puede requerir intervalos relativamente largos de tiempo (del orden de 15 minutos o más es común). De cualquier forma esto se puede calcular con la celeridad de onda y la longitud del canal (utilizando la frecuencia más alta en oleaje policromático puesto que esta onda es la mas lenta).