

sea suficientemente grande con respecto a la rugosidad equivalente del fondo, k_s , de tal manera que

$$\frac{A_b}{k_s} > \left(\frac{A_b}{k_s} \right)_{\text{crit}} = \frac{4 \sqrt{2}}{\pi} \sqrt{R_b} \quad (\text{VI-40})$$

El valor numérico en la ec.VI-39, análogamente al caso unidireccional, es un valor obtenido experimentalmente.

VI.2.2 Flujo turbulento.

En condiciones de prototipo la capa límite siempre es turbulenta y utilizando la ec. VI-21, $\tau_b(x,t)$ se puede obtener como

$$\tau_b(x,t) = \rho \varepsilon \zeta \frac{du}{d\zeta} = \rho K \bar{u}_* \zeta \frac{du}{d\zeta} \quad (\text{VI-41})$$

y las ecs. VI-23 y VI-29, para u en términos de las funciones k_{er} y k_{ei} . Además de ser, obviamente, esta expresión muy complicada, se debe notar que \bar{u}_* depende de τ_b y por lo tanto la expresión anterior es implícita en τ_b , o sea

$$\tau_b = \rho K \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T \sqrt{\frac{\tau_b}{\rho}} dt \right\} \zeta \frac{du}{d\zeta} \quad (\text{VI-42})$$

donde la ec.VI-22 y la definición del promedio en el tiempo son utilizadas.

Obviamente los resultados de Kajiura pueden también utilizarse para obtener una expresión para f_w en forma analítica

$$f_w = \frac{2 \tau_{b,max}}{\rho U_b^2} \quad (VI-43)$$

resultando esta también sumamente complicada.

Debido a esta complejidad analítica, aquí solo haremos notar que del resultado analítico de Kajiura se obtiene un $\tau_b(x,t)$ armónico o sea

$$\tau_b(x,t) = \tau_{b,max} \cos(kx - \omega t - \beta) \quad (VI-44)$$

donde el defasamiento β es algo menor que el de $\pi/4$ del caso laminar.

Sin embargo un estudio experimental por Jonsson y Carlsen (1976) sugiere que una variación del tipo

$$\tau_b = \tau_{b,max} |\cos(kx - \omega t - \beta)| \cos(kx - \omega t - \beta) \quad (VI-45)$$

es mas adecuada.

De Jonsson (1966) y Jonsson y Carlsen (1976), para flujo turbulento totalmente rugoso f_w se puede obtener de la expresión implícita

$$\frac{1}{4\sqrt{f_w}} + \log_{10} \frac{1}{4\sqrt{f_w}} = \log_{10} \frac{A_b}{k_s} - 0.12 \quad (VI-46)$$

congruente con los valores analíticos de Kajiura y los de un estudio experimental por Kamphuis (1975).

Varias expresiones para f_w en este caso no tienen gran diferencia para rugosidades pequeñas características de fondos planos, como puede observarse en la figura VI.5, (rugosidad asociadas con el tamaño de grano del material del fondo).

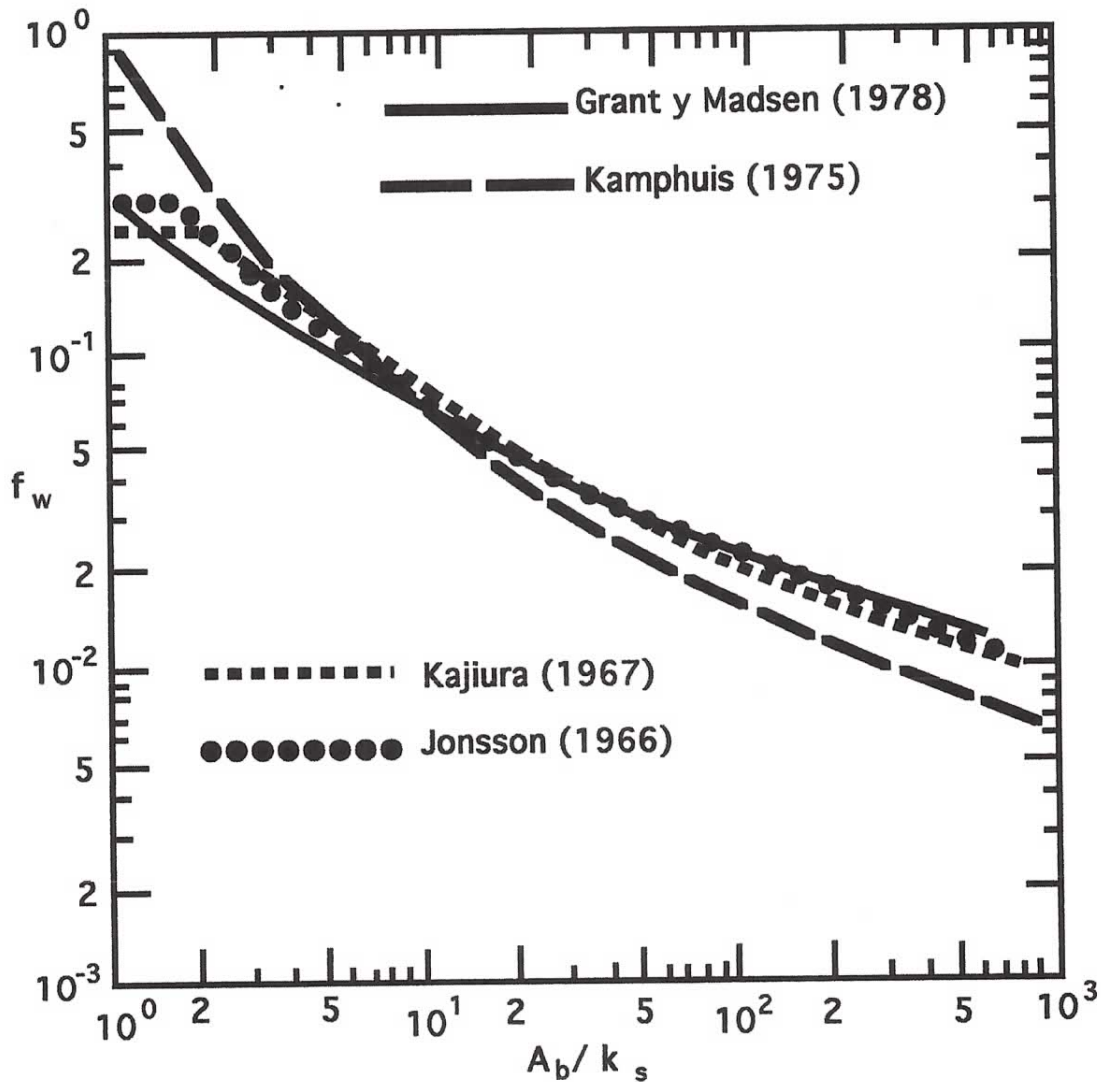


Fig. VI.5. Varias expresiones para el factor de fricción para flujo turbulento completamente rugoso, $f_w(A_b/k_s)$. Observe que las diferencias para fondo plano, $A_b/k_s \geq 10$, son mínimas, pero las diferencias para fondo con formas de fondo, $A_b/k_s \sim 1$, son significativas (fuente: Stefanick, 1979).

En general el factor de fricción es función de R_b y A_b/k_s siendo solo de R_b en el rango laminar y solo de A_b/k_s en el rango turbulento completamente rugoso. Jonsson (1966) presenta un diagrama general para

f_w reproducido en la figura VI.6, mismo que es análogo al conocido diagrama de Darcy-Weisbach (ver textos o manuales de hidráulica o mecánica de fluidos). La parte punteada de las curvas son solo estimaciones del comportamiento basadas en sus puntos extremos. Este diagrama es válido solo para rugosidades relativamente pequeñas, $A_b/k_s > 1.6$. Para $A_b/k_s < 1.6$ los valores para $A_b/k_s = 1.6$ deben ser usados.

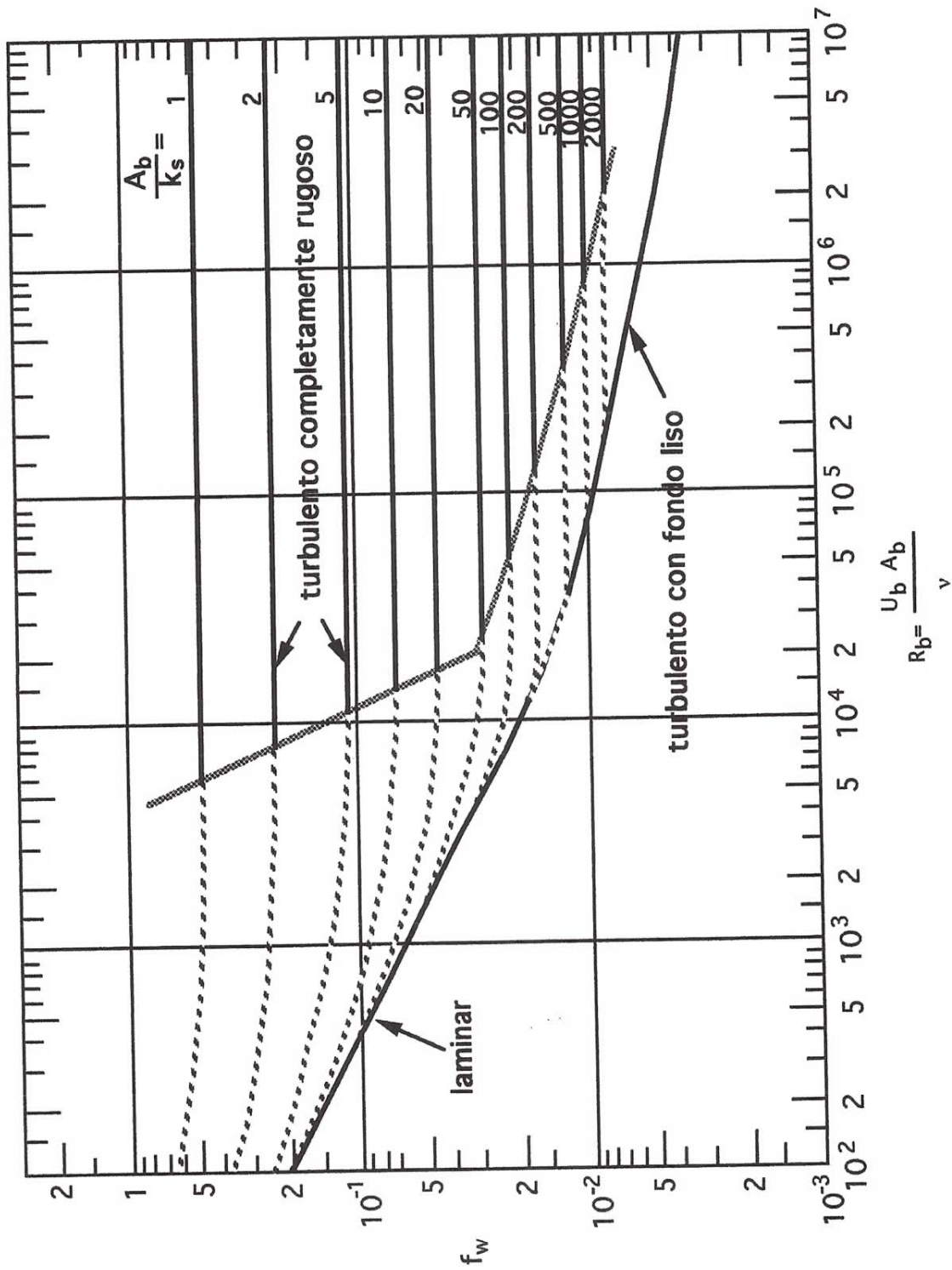


Fig. VI.6. Diagrama de fricción de Jonsson (1966) (fuente: Stefanick, 1979).

Con un diagrama como el de la figura VI-6 para el caso general, o con un diagrama como el de la figura VI-5 para el caso rugoso completamente turbulento, el factor de fricción puede ser obtenido y con este también el esfuerzo cortante de fondo, sin necesidad de recurrir a las complejas expresiones analíticas que se obtendrían de los resultados de Kajiura.

VI.3 ATENUACION DE OLAJE POR FRICCIÓN EN EL FONDO.

Puesto que ya podemos calcular el esfuerzo cortante de fondo, estamos en condiciones de evaluar las pérdidas de energía de oleaje debido a fricción en el fondo, y a través de esta calcular la atenuación de la amplitud del oleaje al recorrer grandes distancias sobre un fondo horizontal. Para ello haremos uso de la ecuación de conservación de la energía, ec. V-29

$$\frac{\partial E}{\partial t} + C_g \frac{\partial E}{\partial x} = -D_b \quad (\text{VI-47})$$

donde en este caso el miembro derecho representa disipación de energía tan solo en el fondo por fricción, lo que es indicado por el subíndice b . Así pues la energía instantánea disipada, por unidad de área de fondo, por unidad de tiempo, está dada por el producto del esfuerzo cortante de fondo por la velocidad en el fondo (¡recuerde que potencia = fuerza x velocidad!). La energía disipada media en cada ciclo se obtiene con el promedio en el tiempo (en un número entero de ciclos). Así pues

$$D_b = \overline{\tau_b u_b} \quad (\text{VI-48})$$

La ecuación en estado permanente (condiciones de oleaje invariante en el tiempo) es

$$C_g \frac{\partial E}{\partial x} = -D_b \quad (\text{VI-49})$$

que se puede expresar como una ecuación diferencial ordinaria en términos de $a(x)$ puesto que $E \propto a^2$ y D_b depende de U_b y por lo tanto de a . Solucionando esta ecuación diferencial se puede obtener la atenuación de la amplitud de oleaje con la distancia x . Las expresiones específicas dependen de si el flujo es laminar o turbulento.

La ec. VI-49 anterior también puede solucionarse (y comunmente en la práctica se hace) en forma de diferencias finitas explícitas, o sea con el término D_b expresado en términos de la amplitud al principio del intervalo Δx (que es conocida) y usando Δx pequeños (del orden de varias longitudes de onda) progresivamente en dirección de la propagación del oleaje. Esto también es cierto para la forma de la ec. VI-49 en términos de la amplitud directamente.

VI.3.1 Flujo laminar.

Para una localización arbitraria, digamos $x = 0$

$$u_b(t) = U_b \cos \omega t \quad (\text{VI-50})$$

y

$$\tau_b = \rho \sqrt{\nu \omega} U_b \cos(\omega t + \pi/4) \quad (\text{VI-51})$$

y por lo tanto

$$D_b = \overline{u_b \tau_b} = \rho \sqrt{\nu \omega} U_b^2 \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T \cos \omega t \cos(\omega t + \pi/4) dt \right\} = \quad (\text{VI-52})$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{4} \rho \sqrt{\nu\omega} U_b^2$$

Una solución de la ec. VI-49 en término de a se encuentra en Ippen (1966)

$$a = a_0 e^{-\alpha x} \quad (\text{VI-53})$$

con

$$\alpha = \frac{2\nu k^2}{C_g} \left[1 + \left(\frac{\omega}{8\nu k^2} \right)^{1/2} \frac{1}{\sinh 2kh} \right] \quad (\text{VI-54})$$

donde solo el 2º término dentro del paréntesis rectangular representa la disipación de energía en la capa límite; el primero representa la disipación interna en el flujo que usualmente es mucho menor que la de la capa límite, aún en oleaje en aguas relativamente profundas.

La capa límite laminar se da solamente en laboratorio. Pero en un canal de oleaje, debido al ancho relativamente pequeño, las pérdidas en la capa límite sobre las paredes laterales pueden ser muy importantes. En este caso se puede utilizar la expresión.

$$\alpha = \frac{k}{b \sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}} \frac{kb + \sinh 2kh}{2kh + \sinh 2kh} \quad (\text{VI-55})$$

donde b es el ancho del canal. Esta expresión incluye pérdidas en las capas límites de fondo y laterales y se debe a Hunt (1952).

En este caso la ecuación de balance de energía es

$$b \left[\frac{\partial E}{\partial t} + C_g \frac{\partial E}{\partial x} \right] = -b D_b - E_{\text{dis,pared}} \quad (\text{VI-56})$$

donde en este caso ya no es aplicable por unidad de ancho, sino a la totalidad del ancho del canal. Una expresión equivalente por unidad de ancho es

$$\frac{\partial E}{\partial t} + C_g \frac{\partial E}{\partial x} = -D_b - \frac{E_{dis, pared}}{b} = -D_b - D_{pared} \quad (VI-57)$$

donde

$$D_{pared} = \frac{1}{2 \sqrt{2} b} \frac{\rho \sqrt{\nu \omega}}{k} (\sinh 2kh) U_b^2 \quad (VI-58)$$

VI.3.2 Flujo turbulento.

Nuevamente, en forma similar al desarrollo para flujo laminar, para $x = 0$

$$u_b(t) = U_b \cos \omega t \quad (VI-59)$$

$$\tau_b = \left[\frac{1}{2} f_w \rho U_b^2 \right] \left| \cos(\omega t + \beta) \right| \cos(\omega t + \beta) \quad (VI-60)$$

y por lo tanto, la disipación de energía en el fondo (por unidad de área de este, por unidad de tiempo) resulta

$$\begin{aligned} D_b &= \overline{u_b \tau_b} = \\ &= \frac{1}{2} f_w \rho U_b^3 \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T \left| \cos(\omega t + \beta) \right| \cos(\omega t + \beta) \cos(\omega t) dt \right\} \end{aligned} \quad (VI-61)$$

Si despreciamos el defasamiento β entre u_b y τ_b en base a que la incertidumbre que tenemos en la estimación de f_w es mayor que el efecto de este defasamiento, entonces

$$D_b = \frac{1}{2} f_w \rho U_b^3 \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T |\cos(\omega t)| \cos^2(\omega t) dt \right\}$$

$$= - \frac{2}{3\pi} \rho f_w U_b^3$$

(VI-62)

La ecuación VI-49 en términos de amplitud se puede expresar como

$$\frac{da}{dx} + K_f a^2 = 0$$

(VI-63)

y tomando en cuenta a la ec.VI-62, concluimos que

$$K_f = \frac{2}{3\pi} \frac{f_w}{gC_g} \left(\frac{\omega}{\sinh kh} \right)^3$$

(VI-64)

que tiene como solución para $a = a_0$ en $x = 0$

$$\frac{a(x)}{a_0} = \frac{1}{1 + K_f a_0 x}$$

(VI-65)

Es importante hacer notar que a pesar de ser una solución exacta, es solo aplicable cerca del punto tomado como $x = 0$, debido a que la estimación de f_w se hace para la amplitud conocida a_0 .

VI.4 FORMAS DE FONDO EN UN FONDO MOVIL (ARENOSO).

Una vez que podemos calcular ya el esfuerzo cortante de fondo tanto para condiciones prototipo (siempre capa límite turbulenta) como de laboratorio (en ocasiones capa límite laminar), podemos explorar uno de los efectos del oleaje sobre un fondo de material granular suelto: la formación de dunas o rizos en el fondo. Es necesario establecer que en este tema nos adentramos ya en áreas todavía en estado de investigación activa, y que por lo tanto los resultados presentados

deben tomarse con cautela, y considerar que estos siempre pueden ser mejorados substancialmente en el futuro. En esta presentación solo mencionaremos resultados para material granular no cohesivo (arena). Interesantes investigaciones sobre oleaje viajando sobre suelos finos cohesivos y flujo intersticial dentro del fondo tendrán que ser consultados en textos más avanzados.

Ya en el campo de fondos realistas, se hace necesario el ser flexible en la localización del fondo, puesto que en realidad no se trata de una interfase abrupta entre agua y suelos saturados de ella, sino más bien de una transición suave de agua con mayores cantidades de sedimento en suspensión conforme descendemos (mismo que es suspendido por el mismo movimiento de oleaje y corrientes), pasando por una mezcla móvil de material sólido y agua, hasta alcanzar una condición de suelo con sus intersticios saturados por agua. El nombre utilizado en idioma inglés refleja claramente esta característica: *mudline*, con una traducción literal de línea de lodos.

VI.4.1 Desarrollo de formas del fondo.

Los fondos reales nunca son totalmente lisos, sino que presentan numerosas irregularidades con aspecto algo caótico. Sin embargo, podemos hacer un experimento mental, mismo que se puede recrear en laboratorio (ver Rosengaus, 1987), donde un fondo inicialmente liso, excepto por una pequeña ranura transversal, se ve sujeto repentinamente a oleaje uniforme y permanente. La figura VI.7 muestra esquemáticamente el desarrollo de formas del fondo a partir de dicha ranura, presentando condiciones para instantes progresivos correspondientes a un cierto número de ciclos del oleaje transcurridos.

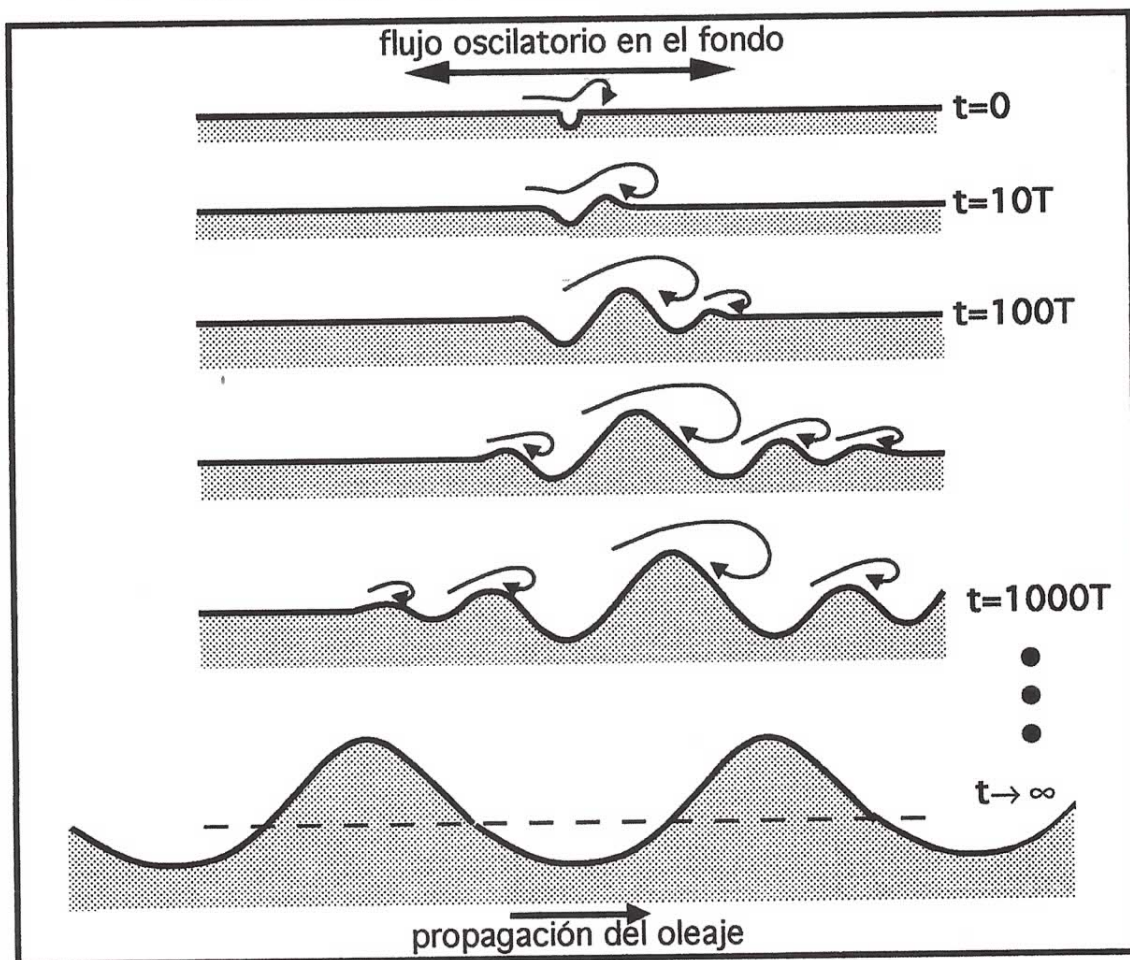


Fig. VI.7. Diagrama esquemático del desarrollo de formas del fondo a partir de una irregularidad en el fondo (vista de perfil).

En la figura VI.7 se muestran solo vórtices para la parte del ciclo donde el flujo es hacia la derecha, pero existen vórtices en ambas direcciones en diferentes partes del ciclo.

Inicialmente, la ranura o irregularidad en el fondo origina una pequeña separación del flujo, y puesto que el fondo es móvil, siempre y cuando el esfuerzo cortante presente sea capaz de mover los granos del fondo, comienza una pequeña acumulación de granos a ambos lados de la ranura. Esta acumulación produce una separación mayor del flujo,

llegándose a formar pequeños vórtices que comienzan a escarbar nuevas *ranuras* vecinas a la original, aumentando con el material escarbado a los montículos que las separan. Estas nuevas ranuras inducen nuevas separaciones del flujo que a su vez producen nuevos montículos vecinos y nuevas ranuras. El resultado final es que, mientras que la ranura original crece hasta alcanzar un estado de pleno desarrollo para las condiciones de oleaje dadas, las ranuras y montículos se propagan hacia ambos lados, tendiendo a cubrir la totalidad del fondo con dunas o rizos en estado completamente desarrollados para tiempos largos (que pueden ir de unos cuantos minutos, hasta muchas horas). Es importante mencionar que el desarrollo de estas dunas hasta su estado final no es exclusivamente en su altura, sino también en su longitud (o distancia entre crestas de las dunas), observándose que las *manchas* de dunas no se propagan exclusivamente con el nacimiento de nuevas dunas incipientes, sino que las dunas se *estiran* conforme se desarrollan tendiendo a ocupar cada una mucho más espacio que en su estado incipiente inicial. El observar esto en laboratorio es apasionante (al menos para el autor), pero desgraciadamente difícil de explicar en un texto o con medios estáticos (las películas aceleradas son excelentes herramientas para documentar este fenómeno).

Obviamente en condiciones realistas, el proceso se complica. Por un lado las irregularidades iniciales en un fondo al presentarse oleaje de suficiente intensidad para *esculpirlo*, no son simples ranuras transversales uniformes, por lo que las *manchas* de dunas crecen transversalmente también a partir de irregularidades relativamente puntuales. Esto se puede observar esquemáticamente en la figura VI.8. Por otro lado, las manchas que se propagan de cada irregularidad inicial, se encuentran, formándose patrones más o menos irregulares. Para ciertas condiciones de oleaje existen inestabilidades que producen que el patrón de dunas en el fondo no sea ni siquiera aproximadamente bidimensional (con las crestas de las dunas perpendiculares a la dirección de propagación del oleaje), sino tridimensionales con dunas en forma de diamante cuando son vistas en planta, y bastante irregulares. La figura VI.9 muestra esquemáticamente cuatro condiciones del fondo en su estado

completamente desarrollado, visto en planta y perfil, para condiciones de oleaje progresivamente más severas. En la parte (a), el movimiento del fluido en el fondo no es suficientemente intenso para mover los granos de arena, por lo que las dunas no se forman, permaneciendo el fondo en su estado original, supuesto en la figura como liso. En la parte (b), para oleaje más intenso, se muestra un patrón de dunas bidimensional. En la parte (c), para un oleaje aún más intenso se muestra un patrón de dunas tridimensional. Estas inestabilidades se dan al acercarse las condiciones de oleaje al punto que la totalidad del material puede ser suspendido, borrándose las dunas. Bajo estas condiciones de oleaje intenso, el fondo puede alcanzar nuevamente un estado sin dunas prácticamente liso, pero en este caso con una capa de sedimento en suspensión moviéndose al ritmo del movimiento del fluido inducido por el oleaje, como se esquematiza en la figura VI.9 parte (d).