

VII. TRANSFORMACION DE OLEAJE POR REDUCCION GRADUAL DE PROFUNDIDAD.

La condición de frontera en el fondo para un fondo no horizontal es

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} = - \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \text{en } z = -h(x) \quad (\text{VII-1})$$

ecuación que es totalmente equivalente a la ec.II-45, pues el especificar una componente vertical de la velocidad igual a la componente horizontal multiplicada por la pendiente, es equivalente a establecer el vector velocidad como paralelo a la frontera, o sea sin componente normal a ella, tal y como se muestra en la figura VII.1. El signo negativo en la ec. VII-1 es necesario pues una pendiente positiva del fondo implica una disminución de la profundidad ($\partial h/\partial x$ con valor negativo).

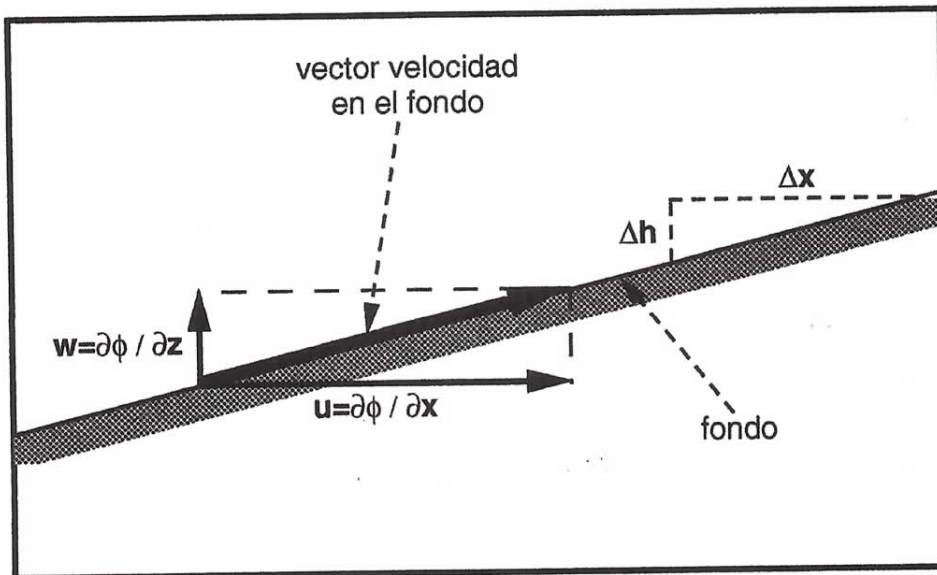


Fig. VII.1. Condición de frontera cinemática en un fondo no horizontal (observe que la componente de velocidad normal al fondo es nula).

Volviendo a los argumentos de orden de magnitud introducidos en el capítulo III, la ec. VII-1 tiene una estructura

$$\mathcal{O}\left(\frac{H}{T}\right) = \mathcal{O}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right) \mathcal{O}\left(\frac{H}{T}\right) \quad (\text{VII-2})$$

por lo que, si se diera

$$\mathcal{O}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right) \leq \mathcal{O}\left(\frac{H}{L}\right) \quad (\text{VII-3})$$

sería consistente con la teoría lineal de oleaje el expresar la condición de frontera como

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (\text{VII-4})$$

localmente. Examinemos ahora las condiciones necesarias para considerar esto. Las suposiciones para la teoría lineal que hemos visto incluyen indirectamente que

$$\mathcal{O}\left(\frac{H}{L}\right) = \mathcal{O}\left(\frac{H}{h}\right) < \mathcal{O}\left(\frac{h}{L}\right) = 1 \quad (\text{VII-5})$$

Por lo tanto la restricción para considerar localmente la condición de frontera como $\partial\phi/\partial z=0$, es que

$$\frac{\partial h}{\partial x} \ll \frac{h}{L} \quad \text{o alternativamente} \quad \mathcal{O}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right) < \mathcal{O}\left(\frac{h}{L}\right) \quad (\text{VII-6})$$

Esto significa que el cambio de profundidad sea muy pequeño en una distancia horizontal igual a la longitud de onda de la ola de interés, lo que se muestra esquemáticamente en la figura VII.2. Afortunadamente, éste es precisamente el caso en la mayor parte de las costas, donde la pendiente es menor o igual (en orden de magnitud) a 1/100. De aquí en adelante, consideraremos sólo este caso, aceptando que condiciones como arrecifes u obstáculos submarinos abruptos requieren de otro tratamiento. De este hecho proviene el calificativo de *gradual* en el título del presente capítulo.

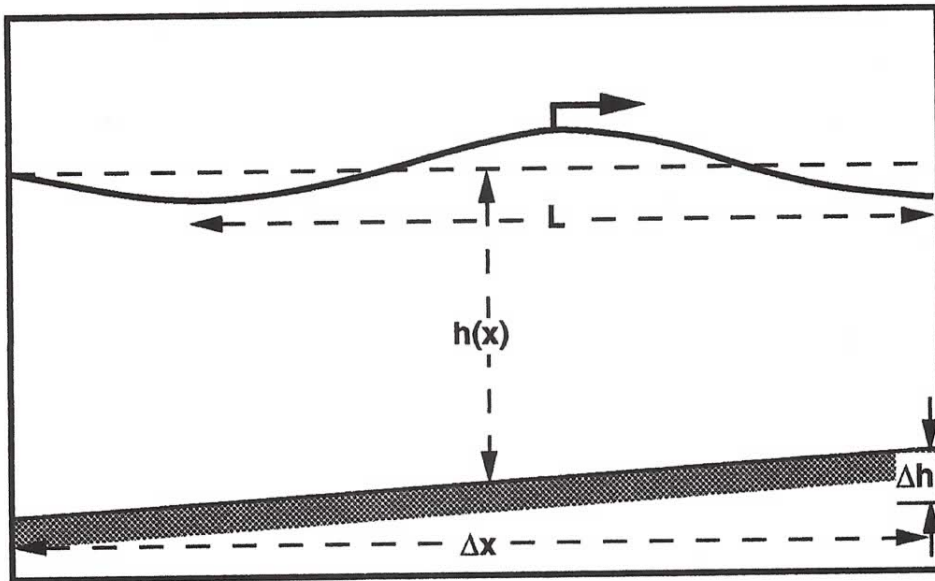


Fig. VII.2. Disminución gradual de profundidad ($\Delta h / \Delta x \ll h / L$)

En este caso la teoría ya vista funciona para describir localmente el oleaje, esto es, las condiciones locales de oleaje son descritas por la teoría lineal calculada con la profundidad h del punto en cuestión. Sin embargo, será necesario considerar los cambios que sufre a lo largo de su desplazamiento al cambiar la profundidad. El análisis de ordenes de magnitud realizado permite el evaluar esta transformación como aquella que se produce entre las dos condiciones locales por su diferente profundidad, sin tener que resolver las ecuaciones gobernantes para la condición de frontera estricta en el fondo (ec.VII-1).

Existen principalmente 3 efectos que transforman el oleaje en estas condiciones:

- a) el cambio de altura de oleaje por la pérdida paulatina de profundidad (conocido como *shoaling* en idioma inglés),
 - b) el cambio de dirección de avance bajo una incidencia oblicua a la costa, o *refracción*, y
 - c) rompientes en aguas someras,
- mismos que exploraremos a continuación.

VII.1 OLAS INCIDENTES NORMALES A LA COSTA.

La figura VII.3 muestra esquemáticamente la transformación del oleaje al avanzar en forma normal a la costa, con la reducción correspondiente en la profundidad. La observación experimental muestra que tanto la amplitud de la ola como su longitud de onda se ven modificadas, resultando de esto un cambio también en la pendiente del oleaje. Este fenómeno se conoce en la literatura técnica, en idioma inglés, como *shoaling*, cuya traducción literal al español sería, aunque la palabra no exista estrictamente en español, *somerización*, o pérdida de profundidad al entrar a zonas someras.

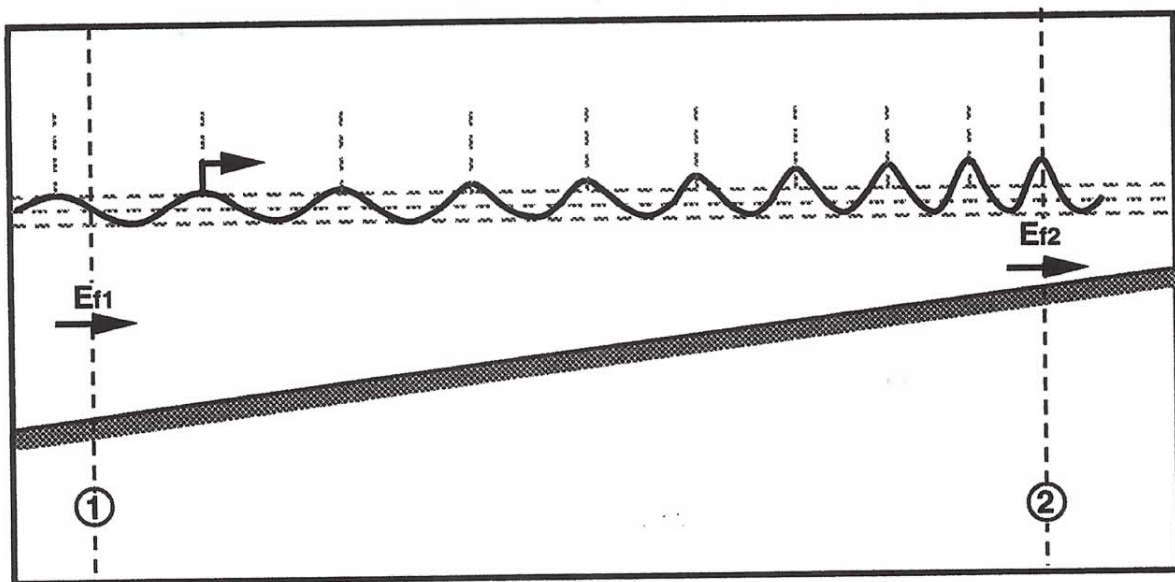


Fig. VII.3. Evolución de oleaje monocromático al avanzar sobre aguas menos profundas. La amplitud del oleaje se encuentra exagerado.

Es importante destacar que el período del oleaje no cambia al perderse profundidad, esto es, se mantiene constante en el proceso. Esto se puede demostrar eurísticamente considerando que el número de crestas de ola entrando por la sección 1 en la figura VII.3 por unidad de

tiempo tiene que ser igual al número de crestas que salen por la sección 2, ya que si no fuera así, se almacenarían indefinidamente crestas (u olas) en el interior del volúmen 1-2, lo que no resulta razonable. Este hecho representa una especie de *principio de conservación de olas*.

Una vez establecido esto, el principio de conservación de energía de oleaje establece que (ver sección V.3)

$$\frac{1}{2} \rho g a_1^2 C_{g,1} = \frac{1}{2} \rho g a_2^2 C_{g,2} \quad (\text{VII-7})$$

ó

$$\frac{a_2}{a_1} = \sqrt{\frac{C_{g,1}}{C_{g,2}}} \quad (\text{VII-8})$$

Si seleccionamos la sección 1 en aguas profundas, que identificamos con el subíndice 0, entonces $C_{g,0} = C_0/2$. Con la sección 2 en un punto con coordenada x arbitraria, identificada sin subíndice, la ec.VII-8 se reduce a

$$\frac{H}{H_0} = \sqrt{\frac{C_0}{2C_g}} = K_s \quad (\text{VII-9})$$

donde K_s se conoce como coeficiente de pérdida de profundidad (o coeficiente de *shoaling*).

Puesto que C_g es función de h/L y cualquier L puede ser expresada como una fracción de su longitud en aguas profundas L_0 , el coeficiente K_s se puede expresar en función de h/L_0 , una prácticas común en la ingeniería costera. Puesto que dado un periodo de oleaje de interés, L_0 , la longitud de onda de dicho oleaje en aguas profundas, es una constante (de referencia a su estado en aguas profundas antes de entrar a aguas intermedias o someras), h/L_0 es una medida adimensional de la profundidad. La tabla VII.1 presenta, entre otras variables, $K_s =$

H/H_0 en términos de h/L_0 , para diversos valores discretos. Una tabla similar, pero con mucho mayor detalle se puede encontrar en el texto clásico por Wiegel (1964). De hecho, este tipo de tablas pueden utilizarse para los cálculos aproximados de la transformación por pérdida de profundidad de no contarse a la mano con una calculadora científica moderna. En dicha tabla el renglón a utilizar se selecciona del conocimiento del parámetro h/L_0 . Puesto que el periodo no cambia en el proceso de tránsito sobre aguas de profundidad cada vez menor, L_0 puede calcularse a partir del periodo T (o la frecuencia ω) utilizando la relación de dispersión en su versión para aguas profundas, ec.III-40 a.p., que en otra forma se expresa como

$$L_0 = \frac{gT^2}{2\pi} \quad \text{(VII-10)}$$

La columna 2, correspondiente a h/L , se obtiene a partir de h/L_0 , al resolver la ecuación implícita

$$\frac{h}{L_0} = \frac{h}{L} \tanh \frac{2\pi h}{L} \quad \text{(VII-11)}$$

en forma numérica iterativa. Esta ecuación proviene directamente de igualar ω^2 de la relación de dispersión en su forma general (ec.III-40) y para aguas profundas (ec.III-40 a.p.), en base a la invariabilidad del periodo (y la frecuencia).

Tabla VII.1. Transformación de características del oleaje al transitar por aguas de profundidad decreciente.

h/L0	h/L	Cg/C	L/L0	C/C0	Cg/Cg0	H/H0
	(ec.VII-11)	(ec.III-80)				(ec.VII-9)
∞	∞	0.500	1.000	1.000	1.000	1.000
0.500	0.502	0.511	0.996	0.996	1.019	0.991
0.490	0.492	0.513	0.996	0.996	1.021	0.990
0.480	0.482	0.514	0.996	0.995	1.024	0.988
0.470	0.472	0.516	0.996	0.995	1.026	0.987
0.460	0.463	0.517	0.994	0.994	1.028	0.986
0.450	0.453	0.519	0.993	0.993	1.031	0.985
0.440	0.443	0.521	0.993	0.992	1.035	0.983
0.430	0.434	0.523	0.991	0.991	1.038	0.982
0.420	0.424	0.526	0.991	0.990	1.042	0.980
0.410	0.415	0.528	0.988	0.989	1.045	0.978
0.400	0.405	0.531	0.988	0.988	1.050	0.976
0.390	0.395	0.535	0.987	0.986	1.055	0.974
0.380	0.386	0.538	0.984	0.984	1.059	0.972
0.370	0.377	0.542	0.981	0.983	1.064	0.969
0.360	0.367	0.546	0.981	0.980	1.070	0.967
0.350	0.358	0.550	0.978	0.978	1.076	0.964
0.340	0.349	0.555	0.974	0.975	1.082	0.961
0.330	0.339	0.560	0.973	0.972	1.089	0.958
0.320	0.330	0.566	0.970	0.969	1.096	0.955
0.310	0.321	0.571	0.966	0.965	1.103	0.952
0.300	0.312	0.578	0.962	0.961	1.111	0.949
0.290	0.303	0.585	0.957	0.957	1.118	0.946
0.280	0.294	0.592	0.952	0.951	1.126	0.942
0.270	0.285	0.600	0.947	0.946	1.135	0.939
0.260	0.277	0.607	0.939	0.940	1.142	0.936
0.250	0.268	0.616	0.933	0.933	1.150	0.932
0.240	0.259	0.626	0.927	0.926	1.159	0.929
0.230	0.251	0.635	0.916	0.918	1.166	0.926
0.220	0.242	0.646	0.909	0.909	1.174	0.923
0.210	0.234	0.656	0.897	0.900	1.180	0.921
0.200	0.225	0.668	0.889	0.888	1.187	0.918
0.190	0.217	0.679	0.876	0.877	1.192	0.916
0.180	0.208	0.693	0.865	0.863	1.196	0.914
0.170	0.200	0.705	0.850	0.850	1.199	0.913
0.160	0.192	0.718	0.833	0.836	1.200	0.913
0.150	0.183	0.733	0.820	0.818	1.199	0.913
0.140	0.175	0.747	0.800	0.800	1.196	0.915
0.130	0.167	0.761	0.778	0.782	1.190	0.917
0.120	0.158	0.778	0.759	0.759	1.180	0.921
0.110	0.150	0.793	0.733	0.736	1.168	0.925

aguas profundas



Tabla VII.1. (continúa).

h/L0	h/L (ec.VII-11)	Cg/C (ec.III-80)	L/L0	C/CO	Cg/Cg0	H/H0 (ec.VII-9)
0.100	0.141	0.810	0.709	0.709	1.149	0.933
0.095	0.137	0.818	0.693	0.697	1.140	0.937
0.090	0.132	0.828	0.682	0.680	1.126	0.942
0.085	0.128	0.835	0.664	0.666	1.113	0.948
0.080	0.123	0.845	0.650	0.649	1.096	0.955
0.075	0.119	0.853	0.630	0.634	1.081	0.962
0.070	0.114	0.863	0.614	0.615	1.060	0.971
0.065	0.109	0.872	0.596	0.595	1.037	0.982
0.060	0.104	0.882	0.577	0.574	1.012	0.994
0.055	0.0993	0.890	0.554	0.554	0.986	1.007
0.050	0.0942	0.900	0.531	0.531	0.956	1.023
0.045	0.0888	0.910	0.507	0.506	0.921	1.042
0.040	0.0833	0.919	0.480	0.480	0.883	1.064
0.035	0.0775	0.929	0.452	0.452	0.839	1.092
0.030	0.0713	0.939	0.421	0.420	0.789	1.126
0.025	0.0648	0.949	0.386	0.386	0.733	1.168
0.020	0.0576	0.959	0.347	0.347	0.665	1.226
0.015	0.0496	0.969	0.302	0.302	0.585	1.307
0.010	0.0403	0.979	0.248	0.248	0.486	1.435
0.008	0.0360	0.983	0.222	0.222	0.437	1.512
0.006	0.0311	0.987	0.193	0.193	0.381	1.620
0.004	0.0253	0.992	0.158	0.158	0.313	1.788
0.002	0.0179	0.996	0.112	0.112	0.223	2.117
0.000		1.000				∞

aguas someras

De la tabla VII.1 observamos que el avanzar el oleaje hacia la costa (h disminuyendo) desde aguas profundas, la altura de ola H disminuye inicialmente hasta llegar a un mínimo de $H = 0.913 H_0$ en $h/L = 0.183$ y después empieza a aumentar, alcanzando su altura original $H = H_0$ nuevamente en $h/L = 0.1$ y después, conforme entra a aguas menos profundas, H aumenta indefinidamente. Esta evolución se puede observar en la figura VII.4 donde se muestra la evolución de las variables en la tabla VII.1 en forma gráfica.

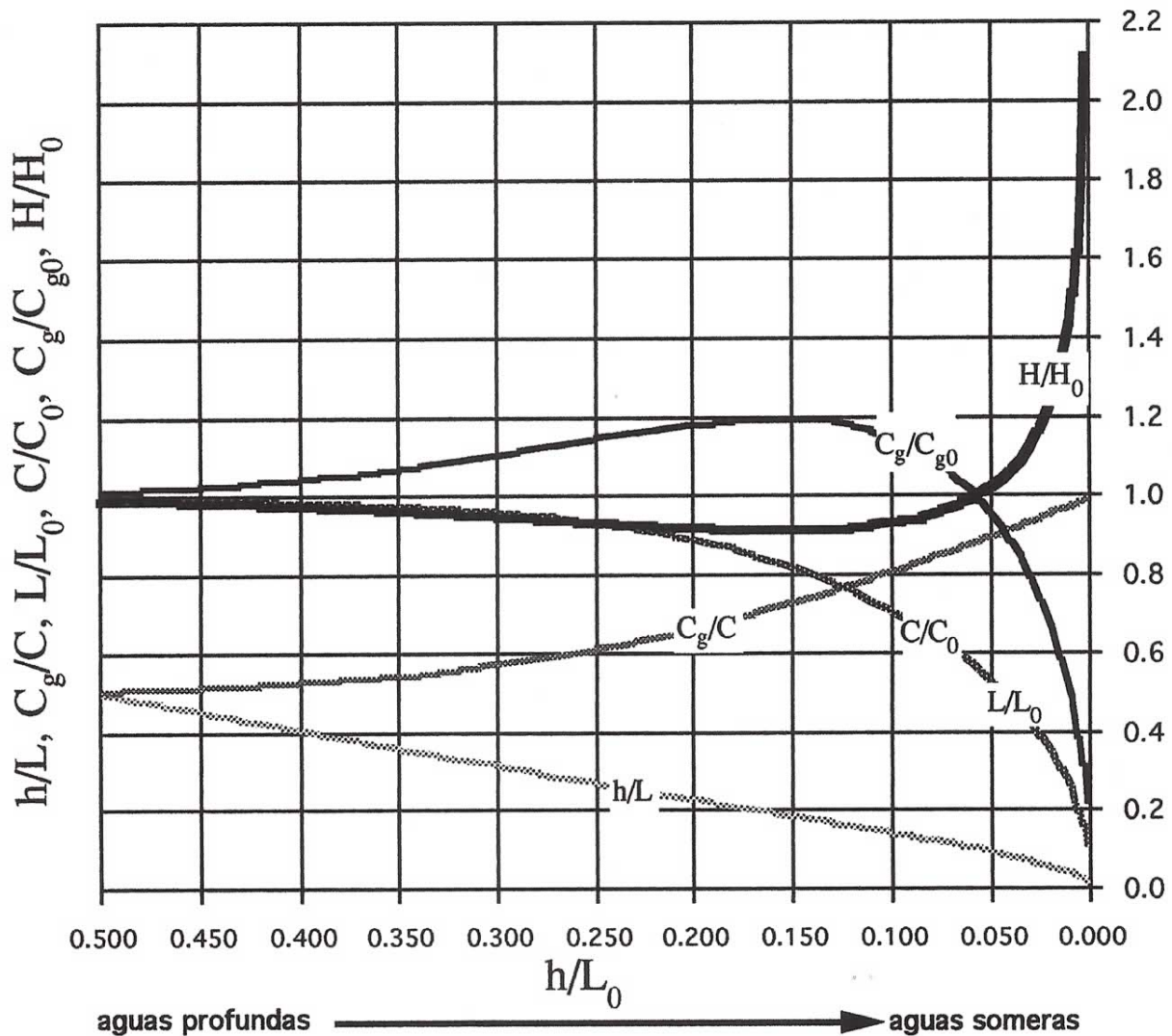


Fig. VII.4. Transformación de características de oleaje al transitar por aguas de profundidad decreciente.

La transformación de la altura de oleaje se da por dos efectos simultáneos que influyen en forma opuesta. Para explicarlos debe considerarse que puesto que el balance de energía planteado en la ec.VII-7 se puede establecer entre cualesquiera dos puntos, éste es equivalente a establecer que el flujo de energía $E_F = EC_g$ es constante. Por un lado C_g aumenta al disminuir h (ver ec. V-22), por lo que el transporte de energía se hace más eficiente, y para mantener E_F

constante, disminuye E y por lo tanto también H. Este es el efecto dominante al comenzar la pérdida de profundidad, por lo que inicialmente disminuye la altura de oleaje entre aguas profundas y $h/L=0.2$. Sin embargo, en forma simultánea, al disminuir h, el área del *conducto de energía* también disminuye, por lo que la energía específica (y H) tiene que aumentar para mantener $E_F = \text{constante}$. Este es el efecto que domina más allá de $h/L=0.183$, haciendo que eventualmente, al menos analíticamente, la altura de oleaje crezca sin límite.

Obviamente para profundidades muy pequeñas los resultados ($H \rightarrow \infty$) ya no son realistas pues la suposición de H/h pequeño es violada cuando $h \rightarrow 0$.

Por otro lado, si ambas secciones en la figura VII.3 se encuentran en aguas pocas profundas, $h/L < 0.1$, aunque de profundidad distinta entonces la transformación de la altura de oleaje entre ellas está dada por

$$\begin{aligned} \frac{H_2}{H_1} &= \frac{a_2}{a_1} = \left(\frac{C_{g,1}}{C_{g,2}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{C_1}{C_2} \right)^{\frac{1}{2}} = \\ &= \left(\frac{\sqrt{gh_1}}{\sqrt{gh_2}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^{\frac{1}{4}} \end{aligned} \quad \text{(VII-12)}$$

Nótese que al mismo tiempo que se transforma la amplitud, también lo hace L por el cambio de profundidad ya que siendo T (y ω) constantes así lo establece la relación de dispersión. Como puede observarse en la tabla VII.1 y la figura VII.4, conforme la profundidad disminuye, la longitud de onda se hace más corta. Esto en combinación con la amplificación de la altura de oleaje aumenta rápidamente la pendiente, H/L , lo que nos hace sospechar en una inestabilidad que terminará en producir una ola rompiente.

También, en la tabla VII.1 o en la figura VII.4, puede observarse como se va modificando la relación de celeridad de grupo a celeridad de onda, C_g/C , conforme el oleaje avanza sobre aguas cada vez menos profundas, cambiando de $C_g = C/2$, en aguas profundas hasta $C_g = C$ en aguas someras (ver ec.V-22). Esto es importante pues un grupo de olas (o un frente de energía de oleaje) avanza a tan solo un medio de la celeridad de las ondas que lo forman en aguas profundas, pero alcanza la misma celeridad que ellas en aguas someras. Observe que además del cambio relativo entre estas dos celeridades características del oleaje, la celeridad de onda, C , (y por lo tanto C_g también) cambian al entrar a aguas menos profundas. De hecho las ondas avanzan más lentamente sobre aguas someras que sobre aguas profundas (ver ecs. III-41, III-41 a.p. y III-41 a.s.)

VII.2 REFRACCION.

VII.2.1 Descripción cualitativa.

Al entrar una ola a aguas menos profundas, mientras mantiene constante su periodo, se hace mas corta y avanza mas lentamente. Esto tiene un curioso efecto cuando las olas inciden en forma oblicua a la costa (y a las curvas batimétricas). La parte de la ola en aguas profundas viaja más rápido que en la parte menos profunda y esto hace que las crestas de olas, originalmente líneas rectas en aguas profundas, se curven al entrar a aguas menos profundas, tendiendo a hacerse cada vez mas paralelas a la costa. Simultaneamente, se tienen los efectos ya descritos sobre la altura de ola por el cambio de profundidad. Esto implica que la altura de ola se hace variable a lo largo de una misma cresta refractada.

El fenómeno descrito es totalmente análogo al de refracción de la luz

donde los *rayos* de luz cambian de dirección al cambiar de medio de transmisión debido a una velocidad de avance distinto en cada medio. En este caso los *rayos* son perpendiculares a los *frentes* (o crestas) de las ondas luminosas.

Otra analogía, más caricaturesca, del fenómeno es imaginar una línea (originalmente recta) de soldados marchando en dirección normal a la fila y entrando a una zona de pendiente creciente en forma oblicua. Como los soldados en la zona más inclinada avanzan en forma natural más lentamente, la línea originalmente recta se curva.

Examinemos conceptualmente dos ejemplos simples:

Ejemplo 1: Olas incidentes oblicuamente a una zona de batimetría escalonada recta y paralela. Dicha batimetría se muestra esquemáticamente en la figura VII.5 en perfil y en la figura VII.6 en planta. De acuerdo a la descripción conceptual del fenómeno de refracción, la figura VII.6 muestra el efecto en las crestas del oleaje, así como en un *rayo* localmente perpendicular a ellas, mismo que indica la dirección local de avance del oleaje.

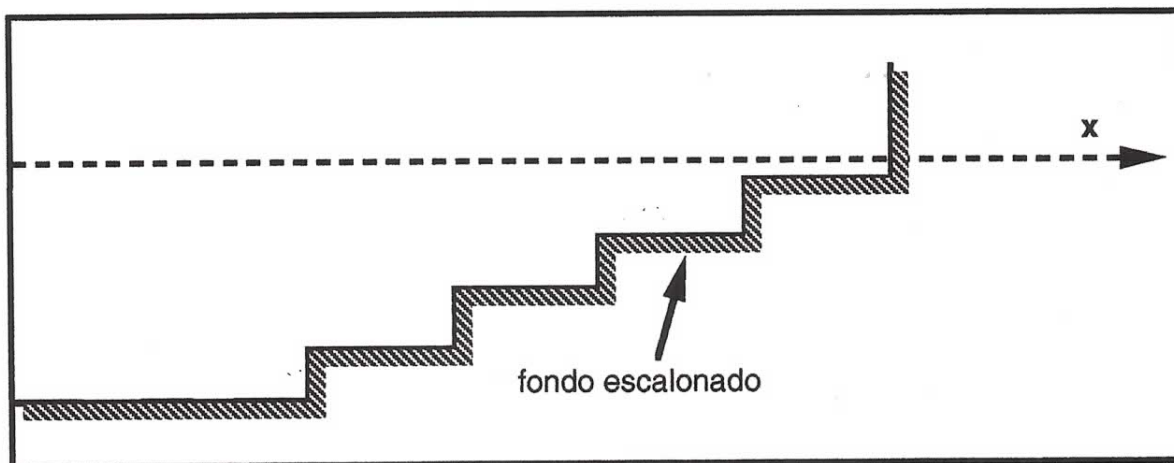


Fig. VII.5. Perfil del fondo para el ejemplo 1 (coordenada x en dirección a la costa)

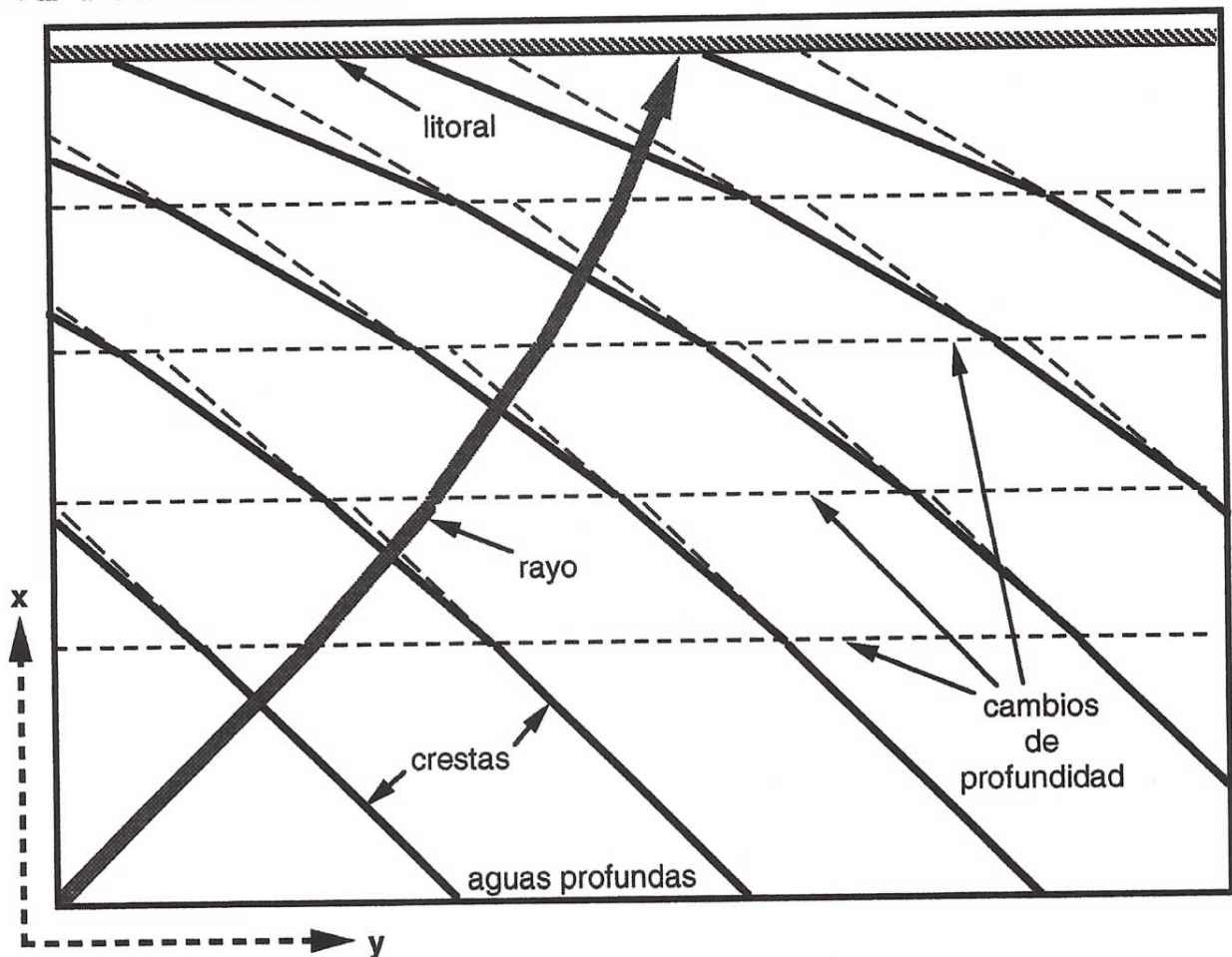


Fig. VII.6. Esquema de refracción de oleaje para el ejemplo 1 en planta

Observe que, debido a que la batimetría se considera de tipo escalonado, o sea bandas de profundidad constante con cambios abruptos, las crestas están formadas por segmentos de recta. De haberse considerado una batimetría con cambio gradual de profundidad, como lo indica la línea punteada de la figura VII.5, las crestas serían muy similares pero curvas continuas en lugar de segmentos de recta.

Ejemplo 2: Oleaje incidiendo normal a la costa en la zona de un promontorio. La figura VII.7 muestra esquemáticamente una batimetría simplificada en la zona de un promontorio en planta (líneas

punteadas). En la misma figura se muestra el efecto de curvatura que presentarían tanto las crestas del oleaje como los rayos normales a ellas.

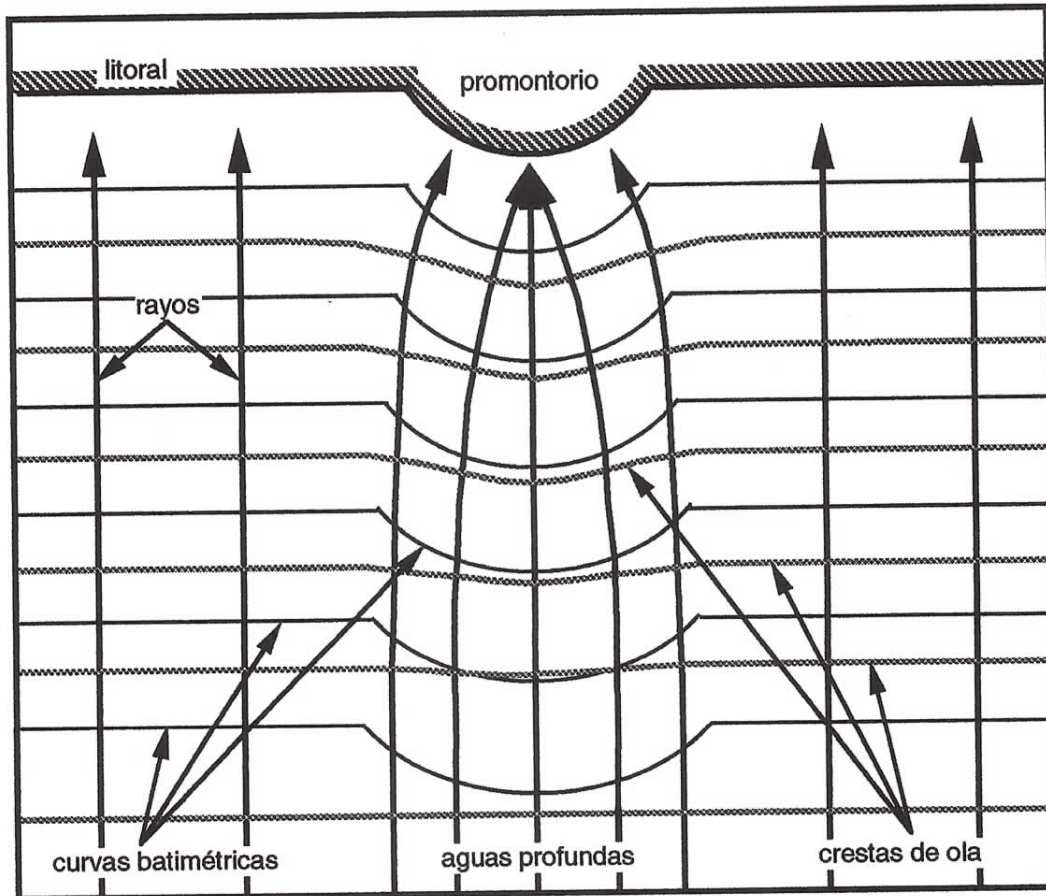


Fig. VII.7. Esquema de refracción del ejemplo 2, frente a un promontorio

Observe que en una zona de promontorio los rayos son convergentes, concepto que se discutirá más adelante.

De estos dos ejemplos se observa que la tendencia general de las crestas es a hacerse más paralelas a las curvas batimétricas del fondo, llegando a ser completamente paralelas de existir una zona de profundidad decreciente suficientemente amplia. No es pues de sorprender que en visitas a las playas, el oleaje observado sea practicamente paralelo a la costa, independientemente de la dirección