

oleaje) se está calculando, el método gráfico clásico puede ser más rápido ya que el introducir $h(x,y)$ como información digital es un proceso lento. Pero, en el caso más común, cuando con una sola batimetría se estudian diversas condiciones de oleaje, entonces éste método es mucho más rápido. Esta ventaja se enfatizará al transcurrir el tiempo, pues cada vez será más común el contar con batimetrías digitales (o sea profundidades en los nodos de una malla regular o irregular) y no con mapas batimétricos, esto debido a los métodos modernos de medición.

Cuando las curvas batimétricas son normales a x se puede deducir de las expresiones anteriores el principio de Fermat

$$d\theta = \frac{dc}{c} \tan \theta \quad (\text{VII-50})$$

que puede ser utilizado para una construcción gráfica si las curvas batimétricas son (al menos localmente) normales a x . Si, además, las curvas batimétricas son rectas paralelas, el principio de Fermat es aplicable en todo el dominio pudiendo integrarse

$$\int \frac{1}{\tan \theta} d\theta = \int \frac{1}{c} dc \quad (\text{VII-51})$$

obteniéndose

$$\ln(\text{sen}\theta) = \ln(c) + \text{constante} \quad (\text{VII-52})$$

que es la ley de Snell pues

$$\ln(\text{sen}\theta) - \ln(c) = \text{constante} \quad (\text{VII-53})$$

implica

$$\ln(\text{sen}\theta/c) = \text{constante} \quad (\text{VII-54})$$

con lo que se concluye directamente que

$$\frac{\text{sen } \theta}{c} = \text{const.} \quad \text{o} \quad \frac{c}{\text{sen } \theta} = \text{const.} \quad (\text{VII-55})$$

En otras palabras, para las condiciones simplificadas de batimetría recta y paralela, la teoría generalizada antes obtenida, se simplifica a la ley de Snell, como es de esperarse.

Sin embargo, resulta poco congruente el calcular el diagrama de refracción en forma automática y después el campo de $H(x,y)$ en forma manual. Es obviamente conveniente usar la computadora para el problema completo.

Introduciendo el concepto de factor de separación de rayos

$$\beta = \frac{\delta f}{\delta f_0} \quad (\text{VII-56})$$

donde el subíndice 0 indica la separación original en aguas profundas, la ec.VII-39 se puede escribir como

$$-\frac{\partial \theta}{\partial f} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial s} \quad (\text{VII-57})$$

con el coeficiente de refracción

$$K_R = \beta^{-1/2} \quad (\text{VII-58})$$

Después de cierta manipulación algebraica usando las ecuaciones VII-42 a VII-45, se puede llegar a

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial f} \left(\frac{\partial \theta}{\partial s} \right) - \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \theta}{\partial f} \right) &= \\ &= \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 = \left(\frac{\partial \theta}{\partial s} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial f} \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{VII-59})$$

e introduciendo $\frac{\partial \theta}{\partial s}$ y $\frac{\partial \theta}{\partial f}$ de las ecs. VII-41 y VII-57, se obtiene

$$\frac{\partial^2 \beta}{ds^2} + \left(\frac{1}{c} \frac{\partial^2 c}{\partial f^2} \right) \beta = 0 \quad (\text{VII-60})$$

y el uso nuevamente de la ec VII-43 para expresar

$$\frac{\partial^2 c}{\partial f^2} = \frac{\partial}{\partial f} \left(\frac{\partial c}{\partial f} \right) \quad (\text{VII-61})$$

produce

$$\frac{d^2 \beta}{ds^2} + \alpha_1 \frac{d\beta}{ds} + \alpha_2 \beta = 0 \quad (\text{VII-62})$$

donde

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= - \frac{1}{c} \frac{dc}{ds} = \\ &= - \frac{1}{c} \left(\cos \theta \frac{\partial c}{\partial x} + \text{sen } \theta \frac{\partial c}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (\text{VII-63})$$

$$\alpha_2 = - \frac{1}{c} \left(\text{sen}^2 \theta \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - 2 \text{sen} \theta \cos \theta \frac{\partial^2 c}{\partial x \partial y} + \cos^2 \theta \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) \quad (\text{VII-64})$$

La ec.VII-62 es una ecuación de separación de rayos sobre un rayo. Expresando la ec.VII-62 en términos de tiempo transcurrido que tiene una relación directa con s (s=ct) se tiene:

$$\frac{d^2 \beta}{dt^2} + 2 c \alpha_1 \frac{d\beta}{dt} + c^2 \alpha_2 \beta = 0 \quad (\text{VII-65})$$

Resolviendo la ec.VII-65 en el procedimiento automático en conjunto con las ecs. VII-44, VII-45 y VII-48, evita el tener que hacer ningún cómputo a mano, aunque mantener una salida de resultados en forma gráfica es muy conveniente para su interpretación. Con esto podemos, conocido h(x,y) y ω , calculando c(ω ,x,y) como paso intermedio, obtener

$H(x,y)$ (para condiciones iniciales $\theta = \theta_0$, $x = x_{r0}$, y y_{r0} en $t = 0$). Para resolver la ec.VII-65 se necesitan dos condiciones iniciales, o sea $\beta = 1$ y $\frac{d\beta}{dt} = 0$ en $t=0$.

Un tratamiento más extenso de esta teoría generalizada puede consultarse en Skougaard et al (1975,1976); una descripción detallada de la construcción gráfica de diagramas de refracción puede consultarse en el Shore Protection Manual (1973).

VII.2.5 Limitaciones de la teoría.

El procedimiento anterior, o cualquier otro equivalente, nos puede llevar a que dos rayos se crucen, por lo que el *pasillo* de energía se cierra y en estos puntos *cáusticos* el modelo proporcionaría $H \rightarrow \infty$, lo que es irrealista. Esto se puede explicar conceptualmente considerando que una de las suposiciones originales era que no existía transporte de energía a través de los rayos; sin embargo cerca de un punto caústico, con altura de ola mucho mayor que en sus alrededores, es lógico pensar que habrá una cierta *fuga* de energía a lo largo de las crestas a través de los rayos.

En realidad este tránsito a través de aguas poco profundas debe hacerse en conjunción con otros fenómenos que afectan al oleaje, como pérdidas de energía por fricción en el fodo y como el efecto de rompimiento en un cierto punto. Por ejemplo, cerca de un punto caústico, es obvio que la ola romperá mucho antes de llegar a $H \rightarrow \infty$. Esto sería en adición de posibles efectos sobre el oleaje de estructuras superficiales por difracción, misma que cuando se da, ocurre simultáneamente con la refracción.

VII.3 OLAS ROMPIENTES.

El fenómeno de rompimiento de oleaje, aunque conocido intuitivamente por cualquier observador del mar, consiste en la proyección de la cresta de la misma sobre el frente de la ola, usualmente acompañada del rompimiento de la suposición implícita de un medio continuo, pues al romper se separan lenguas de agua dentro del aire y burbujas de aire dentro del agua. Este rompimiento de la suposición del medio continuo hace sumamente difícil una descripción analítica del fenómeno. El rompimiento va desde pequeñas cantidades de espuma sobre la cresta de la ola, hasta las impresionantes *rompientes de tubo* famosas para los practicantes del *surfing* en las islas de Hawai y las costas de Australia.

Las olas rompen cuando alcanzan una cierta pendiente máxima estable, o sea, dada una cierta longitud de onda, cuando la altura de ola crece. Este fenómeno se da ciertamente para condiciones muy por arriba de lo que podría ser aceptablemente descrito con la teoría líneal de oleaje, por lo que los resultados analíticos están basados en teorías de oleaje no lineales.

El rompimiento de olas no se da exclusivamente en aguas poco profundas por efecto del fondo, como lo puede atestiguar cualquier visitante a una playa turística, sino también en aguas profundas al alcanzar la onda una determinada pendiente crítica, como lo pueden atestiguar los marinos o los viajeros aéreos.

Por otro lado, las características del rompimiento hacen muy difícil el describir el fenómeno analíticamente. Inclusive, numerosos esfuerzos en el terreno numérico están produciendo avances muy lentos hacia esta descripción. Aquí nos daremos por satisfechos con solo encontrar cuándo rompe una ola y describir conceptualmente el proceso.

Inicialmente, aunque fuera del contexto específico a que se refiere este capítulo, trataremos brevemente olas rompientes en aguas profundas. Más adelante, examinaremos las rompientes que efectivamente son causadas por la *pérdida de profundidad*.

VII.3.1 Rompientes en aguas profundas.

Dado que en aguas profundas, una ola de periodo determinado mantiene constante su longitud de onda, la pendiente crítica que produce la rompiente, se produce al crecer la altura de la ola. Este crecimiento se da principalmente en alta mar debido a la energía transferida del viento al oleaje a través del esfuerzo cortante en la interfase y a través de las fuerzas de arrastre. El proceso de generación de oleaje por viento será discutido posteriormente en el capítulo XII. Sin embargo, dado que el oleaje en la naturaleza es irregular, y como se vió en el capítulo IV, compuesto de varias frecuencias superpuestas, localmente una onda de superficie puede alcanzar la pendiente crítica al coincidir en un cierto punto e instante, varias ondas en fase (o casi en fase) cuya superposición implica un desplazamiento de la superficie libre que rebasa el valor crítico. Esto es posible debido a que ondas de diferentes frecuencias avanzan con diferentes celeridades, dándose la posibilidad de que unas alcancen a otras.

Desde 1893, Michell demostró que la pendiente máxima que una ola puede tener en forma estable es

$$\left(\frac{H}{L} \right)_B = 0.142 \approx \frac{1}{7} \quad \text{(VII-66)}$$

en cuyo momento el ángulo de la cresta es $120^\circ = 2\pi/3$ radianes, lo que se esquematiza en la figura VII.12. El subíndice B indica las condiciones en las que se da la rompiente y proviene de *breaker* en idioma inglés.

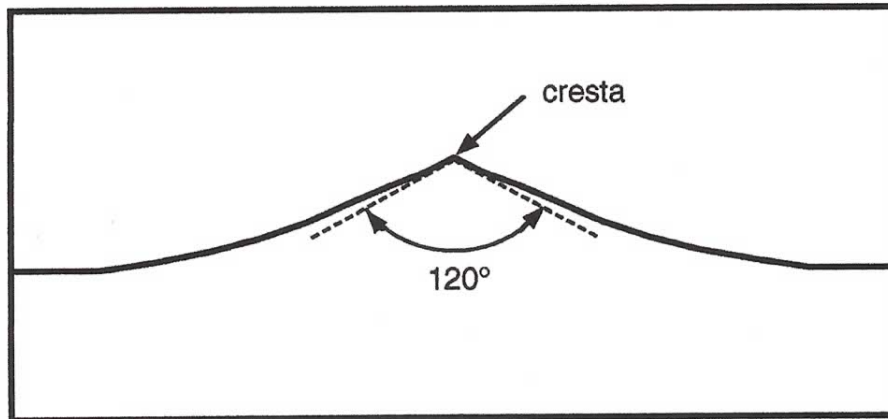


Fig. VII.12. Condición de la cresta al romper olas en aguas profundas.

Este resultado está basado, naturalmente, en teoría de oleaje no lineal, por lo que la longitud de onda L_B no debe calcularse con teoría lineal sino

$$L_B = 1.22 L_0 \quad \text{(VII-67)}$$

donde L_0 es la longitud de onda obtenida para teoría lineal en aguas profundas.

Precisamente en este límite de estabilidad la velocidad horizontal de la partícula de fluido en la cresta u es igual a la velocidad de la onda (o de la cresta) c . O sea

$$\text{cuando } \frac{H}{L} \begin{cases} < 1/7 & u < c \\ = 1/7 & u = c \\ > 1/7 & u > c \quad (\text{si existiera}) \end{cases}$$

Esto indica que, más allá de este límite, el fluido en la cresta se proyectaría por delante de la forma de la onda, quedándose sin soporte, lo que precisamente implica el rompimiento de la ola.

VII.3.2 Rompientes debido a reducción de profundidad.

Al acercarse a la costa, y debido a la reducción de profundidad, o a refracción con rayos convergentes, la altura de ola se incrementa. En general se acepta que cuando la altura de ola H alcanza una cierta fracción de la profundidad, la ola rompe

$$H = H_B = \alpha h \quad (\text{VII-68})$$

Evidencia empírica muestra que α es una función de la pendiente de la playa β .

A continuación se presenta una colección de diferentes criterios, sin ningún intento por darle mérito a uno sobre otro, dejando este estudio al usuario interesado.

$$\left(\frac{H}{h}\right)_B = 0.78 \quad \begin{array}{l} \text{Mc Cowan (1894)} \\ \text{(analítico)} \end{array} \quad (\text{VII-69})$$

$$\left(\frac{H}{L}\right)_B = 0.14 \tanh \frac{2\pi h_B}{L_B} \quad \begin{array}{l} \text{Miche (1944)} \\ \text{(ajuste a 3 puntos} \\ \text{analíticos para} \\ \text{diferentes } h_B/L_B) \end{array} \quad (\text{VII-70})$$

$$\left(\frac{H}{h}\right)_B = \begin{cases} \frac{1}{0.92} & \beta \geq 0.07 \\ 1/(1.4-6.85\beta) & \beta \leq 0.07 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Galvin (1969)} \\ \text{(experimental)} \end{array} \quad (\text{VII-71})$$

$$\left(\frac{H}{h}\right)_B = 0.72 + 5.6 \beta \quad \begin{array}{l} \text{Collins (1970)} \\ \text{experimental} \end{array} \quad (\text{VII-72})$$

$$\left(\frac{H}{h}\right)_B = 0.72 (1 + 6 \beta) \quad \beta < 0.1 \quad \begin{array}{l} \text{combinación} \\ \text{Galvin y Collins} \end{array} \quad (\text{VII-73})$$

$$\left(\frac{H}{h}\right)_B = 0.142 \tanh \left[\left(0.8 + 5\beta\right) \frac{2\pi h_B}{L_B} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Madsen (1982)} \\ \text{(empalme Miche y(VII-74)} \\ \text{experimental)} \end{array}$$

$$\text{con } L_B = 1.2 L_{lineal}$$

$$\left(\frac{H}{h}\right)_B = \left\{ \frac{1.56}{1 + e^{-19.5\beta}} \right\} - \left\{ 43.8 \left(1 - e^{-19\beta} \right) \right\} \frac{H_B}{gT^2} \quad (\text{VII-75})$$

Goda (1970), Wiegel (1972) (experimental)

$$\left(\frac{H}{h}\right)_B = \frac{1}{1.28} \quad \begin{array}{l} \text{Munk (1949)} \\ \text{(analítico)} \end{array} \quad (\text{VII-76})$$

Combinando alguna de estas expresiones con el procedimiento de cálculo de refracción, sobre cada rayo, puede encontrarse el punto de rompiente. Una vez calculados todos los rayos se obtiene una línea de rompiente para la frecuencia específica de la que se trate. Combinando estas expresiones con las expresiones de refracción se puede expresar la altura de rompiente H_B en función de las características de oleaje no refractado en aguas profundas (cantidades con subíndice 0) (ver Dean y Darlymple, ???).

VII.3.3 Clasificación de rompientes.

En playas naturales se observan 3 tipos de rompientes:

- a) Para pendientes pequeñas, rompiente de derrame (traducción literal de la palabra *spilling* en idioma inglés), ilustrada en la figura VII.13a.

Este tipo de rompiente está caracterizada por poca violencia donde la cresta se vierte suavemente sobre el frente creando espuma y rompiendo repetidas veces antes de alcanzar la orilla. A pesar de que cada

rompiente disipa poca energía, como actúa durante un largo tramo y varias veces, la pérdida total puede ser grande con la consiguiente baja reflexión.

- b) Para pendientes medias, rompiente de caída abrupta (traducción literal de la palabra *plunging* en idioma inglés), ilustrada en la figura VII.13b.

Este tipo de rompiente se caracteriza por gran violencia y disipación de energía con la consiguiente baja reflexión. En esta caso una *lengua* de agua se proyecta y cae abruptamente sobre el frente casi vertical de la ola.

- c) Para pendientes grandes, rompientes de surgimiento (traducción literal de la palabra *surging* en idioma inglés), ilustrada en la figura VII.13c.

Este tipo de rompiente está caracterizada más por la proyección de agua pendiente arriba y la poca turbulencia presente, que por alta disipación de energía. Esto implica una relativamente alta reflexión de la playa.

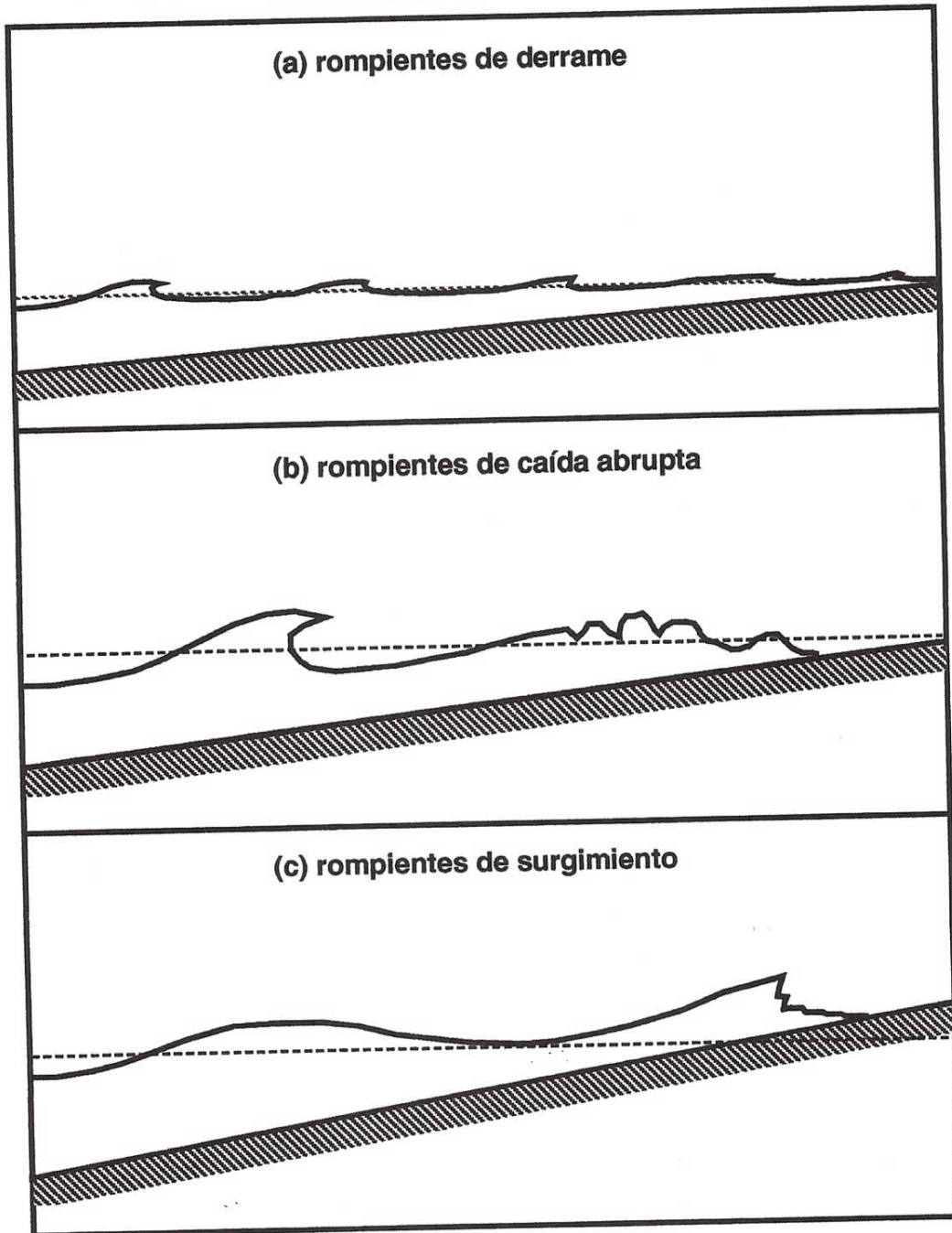


Fig. VII.13. Esquema de clasificación de rompientes.

Según Galvin (1968) estos casos se dan para pendientes (en términos de las características del oleaje original en agua profundas):

Tipo a) para $\frac{H_o}{\beta^2 L_o} > 4.8$ (VII-77a)

Tipo b) para $4.8 > \frac{H_o}{\beta^2 L_o} > 0.09$ (VII-77b)

Tipo c) para $0.09 > \frac{H_o}{\beta^2 L_o}$ (VII-77c)

Cerramos esta sección, y de hecho el capítulo, recalando que la investigación con respecto a olas rompientes es aún activa. Se han hecho avances importantes en modelos teóricos resueltos a través de métodos numéricos que han logrado describir el oleaje casi hasta el punto en el que la hipótesis de medio continuo se ve violada. También se han realizado importantes (e ingeniosos) esfuerzos experimentales tanto en cuanto al proceso de romper de las olas como a las fuerzas que olas rompientes ejercen sobre estructuras. Al respecto mencionamos los trabajos por Rapp (1986) y Chan (1986), de los cuales el autor tiene conocimiento personal.